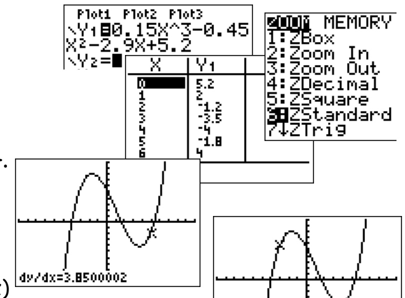
1a $\Delta K = 70 - 40 = 30$ (€) $\Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{30}{20} = 1{,}5$ (€/kg). $\frac{\Delta K}{\Delta q} = 1{,}5$ is de richtingscoëfficiënt van de (groene) lijn AB.

1b De gemiddelde snelheden nemen toe. (de lijn AB gaat steeds steiler lopen in de richting van de blauwe raaklijn k in A).

1c Deze snelheid bij $q = 10$ is $\frac{90-40}{30-10} = \frac{50}{20} = 2{,}5$ (€/kg). Dit is de richtingscoëfficiënt (rc) van de raaklijn k in A.



2a Op $[-4, 1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-0}{1--4} = \frac{2}{5} = 0{,}4$. Op $[-2, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4-8}{4--2} = \frac{-12}{6} = -2$.

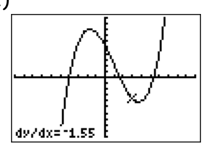
2b De gemiddelde snelheid waarmee y toeneemt op $[4, 6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4--4}{6-4} = \frac{8}{2} = 4$.

2c Het differentiequotiënt van y op $[0, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(5)-y(0)}{5-0} = \frac{-1{,}8-5{,}2}{5} = \frac{-7}{5} = -1{,}4$.

2d De snelheid waarmee y toeneemt voor $x = 5$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=5} = 3{,}85$. (optie dy/dx)

2e De helling van de grafiek in punt A met $x_A = -3$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-3} = 3{,}85$. (optie dy/dx)

2f De rc van de raaklijn k in punt B met $x_B = 3$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3} = -1{,}55$. (optie dy/dx)
Teken in het werkboek de raaklijn k in B met $x_B = 3$. (door $(3; -3{,}5)$ en $(-5; 8{,}9)$)

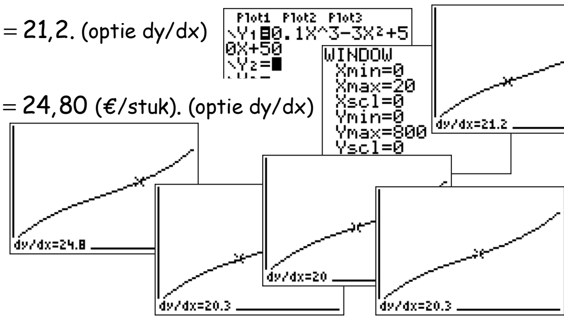


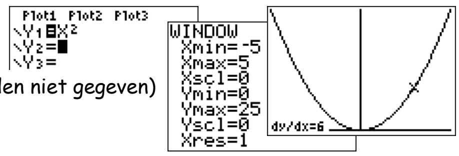
3a De helling van de grafiek in punt A met $q_A = 8$ is $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=8} = 21{,}2$. (optie dy/dx)

3b De snelheid waarmee K toeneemt voor $q = 14$ is $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=14} = 24{,}80$ (€/stuk). (optie dy/dx)

3c Eerst afnemend stijgend en dan toenemend stijgend.

3d Proberen geeft: $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=9} = 20{,}3$; $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=10} = 20$ en
$\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=11} = 20{,}3 \Rightarrow$ minimale helling bij $q = 10$.





4a Optie dy/dx op de GR $\Rightarrow$ de helling in punt A met $x_A = 3$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3} = 6$.

4b Maak met de optie dy/dx op de GR de tabel hieronder. (de GR-schermen worden niet gegeven)

x-coördinaat punt	-3	-2	-1	0	1	2	3
helling in punt	-6	-4	-2	0	2	4	6

4c De hellingfunctie heeft als formule: $y = 2x$.

4d De helling in P met $x = 36$ is dus $2 \cdot 36 = 72$.

5a $f(x) = 5x^6 - 5x^3 + 2x^2 - 7 \Rightarrow f'(x) = 30x^5 - 15x^2 + 4x$.

5b $g(x) = 0{,}001x^3 + x^2 - x + 0{,}34 \Rightarrow g'(x) = 0{,}003x^2 + 2x - 1$.

5c $h(t) = -0{,}2t^4 + 0{,}5t^2 - t + 0{,}8 \Rightarrow h'(t) = -0{,}8t^3 + t - 1$.

5d $k(x) = 8x^3 + 3a^8 \Rightarrow k'(x) = 24x^2$. ($k(x)$ differentiëren naar $x \Rightarrow a$ is een constante)

6a $f(x) = 7x^4 - a^3 \Rightarrow \frac{d}{dx}(7x^4 - a^3) = f'(x) = 28x^3$. ($f$ differentiëren naar $x \Rightarrow a$ is een constante)

6b $f(a) = 7x^4 - a^3 \Rightarrow \frac{d}{da}(7x^4 - a^3) = f'(a) = -3a^2$. ($f$ differentiëren naar $a \Rightarrow x$ is een constante)

6c $f(x) = (5x-8)^2 = (5x-8)(5x-8) = 25x^2 - 40x - 40x + 64 = 25x^2 - 80x + 64 \Rightarrow \frac{d(5x-8)^2}{dx} = f'(x) = 50x - 80$.

6d $f(q) = q^3 - 5pq \Rightarrow \frac{d(q^3-5pq)}{dq} = f'(q) = 3q^2 - 5p$. ($f$ differentiëren naar $q \Rightarrow p$ is een constante)

6e $f(a) = (a+4)^2 = (a+4)(a+4) = a^2 + 4a + 4a + 16 = a^2 + 8a + 16 \Rightarrow \frac{d}{da}(a+4)^2 = f'(a) = 2a + 8$.

6f $f(p) = (p+3)(p-2) = p^2 - 2p + 3p - 6 = p^2 + p - 6 \Rightarrow \frac{d(p+3)(p-2)}{dp} = f'(p) = 2p + 1$.

7a $f(x) = (3x+2)(6x-4) = 18x^2 - 12x + 12x - 8 = 18x^2 - 8 \Rightarrow f'(x) = 36x$.

7b $g(x) = (2x-9)^2 = (2x-9)(2x-9) = 4x^2 - 18x - 18x + 81 = 4x^2 - 36x + 81 \Rightarrow g'(x) = 8x - 36$.

7c $h(x) = 6(x+2)^2 - 5(x+1) = 6(x^2 + 4x + 4) - 5x - 5 = 6x^2 + 24x + 24 - 5x - 5 = 6x^2 + 19x + 19 \Rightarrow h'(x) = 12x + 19$.

7d $k(x) = 8x^6 + 8a - 3a^2 \Rightarrow k'(x) = 48x^5$. ($k$ is een functie van $x \Rightarrow$ differentiëren naar $x \Rightarrow a$ is een constante)

7e $l(x) = (2x+4)(5-a) = 10x - 2ax + 20 - 4a \Rightarrow l'(x) = 10 - 2a$. ($l$ is een functie van $x \Rightarrow$ differentiëren naar x)

7f $m(x) = 5x^4 + 6a - 8a^4 \Rightarrow m'(x) = 20x^3$. ($m$ is een functie van $x \Rightarrow$ differentiëren naar x)

8a $f(x) = -x^2 + 4x \Rightarrow f'(x) = -2x + 4$.

8b De helling in A met $x = 3$ en $y = f(3) = -3^2 + 4 \cdot 3 = -9 + 12 = 3$ is $f'(3) = -2 \cdot 3 + 4 = -6 + 4 = -2$.

8c De helling in B met $x = 2$ is $f'(2) = -2 \cdot 2 + 4 = -4 + 4 = 0 \Rightarrow B$ is de top van de parabool.

9a $g(x) = 2x^2 + 3x \Rightarrow g'(x) = 4x + 3$.
Nu is: $\text{rc}_k = g'(3) = 4 \cdot 3 + 3 = 12 + 3 = 15$.

$$\left.\begin{array}{l} k\colon y = 15x + b \\ x_A = 3 \Rightarrow y_A = g(3) = 27 \end{array}\right\} \Rightarrow 27 = 15 \cdot 3 + b$$
$$27 - 45 = b$$
$$-18 = b \Rightarrow k\colon y = 15x - 18.$$

```
2*3²+3*3
                27
```

9b $\text{rc}_l = g'(1) = 4 \cdot 1 + 3 = 4 + 3 = 7$.

$$\left.\begin{array}{l} l\colon y = 7x + b \\ x_B = 1 \Rightarrow y_B = g(1) = 5 \end{array}\right\} \Rightarrow 5 = 7 \cdot 1 + b$$
$$5 - 7 = b$$
$$-2 = b.$$
Dus $l\colon y = 7x - 2$.

```
2*1²+3*1
                 5
```

10a $h(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 - 4x + 1$.
$\text{rc}_k = h'(-2) = 3 \cdot (-2)^2 - 4 \cdot -2 + 1 = 21$.

$$\left.\begin{array}{l} k\colon y = 21x + b \\ x_A = -2 \Rightarrow y_A = h(-2) = -15 \end{array}\right\} \Rightarrow -15 = 21 \cdot -2 + b$$
$$-15 + 42 = b$$
$$27 = b \Rightarrow k\colon y = 21x + 27.$$

```
-2→X
               -2
3X²-4X+1
               21
X^3-2X²+X+3
              -15
```

10b Op de y-as is $x = 0 \Rightarrow \text{rc}_l = h'(0) = 1$.

$$\left.\begin{array}{l} l\colon y = x + b \\ x_B = 0 \Rightarrow y_B = h(0) = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow 3 = 0 + b$$
$$3 = b.$$
$$l\colon y = x + 3.$$

11 P op de x-as is $y_P = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x \cdot (-x + 6) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee -x + 6 = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 6 = x_P$.
$f(x) = -x^2 + 6x \Rightarrow f'(x) = -2x + 6$. Dus $\text{rc}_k = f'(6) = -12 + 6 = -6$.

$$\left.\begin{array}{l} k\colon y = -6x + b \\ x_P = 6 \text{ en } y_P = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 = -6 \cdot 6 + b \Rightarrow 0 = -36 + b \Rightarrow 36 = b. \text{ Dus } k\colon y = -6x + 36.$$

12a $f(x) = 5(x^2 - 3)(2x - 4) = 5(2x^3 - 4x^2 - 6x + 12) = 10x^3 - 20x^2 - 30x + 60 \Rightarrow f'(x) = 30x^2 - 40x - 30$.

12b $f'(3) = 30 \cdot 3^2 - 40 \cdot 3 - 30 = 120$.

```
3→X
                 3
30X²-40X-30
               120
```

12c $\text{rc}_k = f'(1) = 30 \cdot 1^2 - 40 \cdot 1 - 30 = -40$.

$$\left.\begin{array}{l} k\colon y = -40x + b \\ x_A = 1 \Rightarrow y_A = f(1) = 20 \end{array}\right\} \Rightarrow 20 = -40 \cdot 1 + b \Rightarrow 60 = b. \text{ Dus } k\colon y = -40x + 60.$$

```
1→X
                 1
30X²-40X-30
               -40
5(X²-3)(2X-4)
                20
```

12d Op de y-as is $x = 0 \Rightarrow \text{rc}_m = f'(0) = -30$.

$$\left.\begin{array}{l} m\colon y = -30x + b \\ x_P = 0 \Rightarrow y_P = f(0) = 60 \end{array}\right\} \Rightarrow 60 = -30 \cdot 0 + b \Rightarrow 60 = b \Rightarrow m\colon y = -30x + 60.$$

```
0→X
                 0
30X²-40X-30
               -30
5(X²-3)(2X-4)
                60
```

13a $f(x) = ax = ax^1 \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot ax^0 = 1 \cdot a \cdot 1 = a$ ($x \neq 0$) en $g(x) = c = c \cdot 1 = cx^0 \Rightarrow g'(x) = 0 \cdot cx^{-1} = 0$ ($x \neq 0$).

13b $f(x) = x^3 + 5x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 10x$ en klaar. (zij neemt nog eens de afgeleide van de afgeleide)

13c $f(x) = x^4 - 3x \Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 3$. Coby stelt $f(x)$ en $f'(x)$ aan elkaar gelijk en dat is niet correct.

14a $\frac{10}{x^3} = 10x^{-3}$.

14b $8 \cdot \sqrt[3]{x} = 8x^{\frac{1}{3}}$.

14c $\frac{2}{x} = 2x^{-1}$.

14d $\frac{7}{\sqrt{x}} = \frac{7}{x^{\frac{1}{2}}} = 7x^{-\frac{1}{2}}$.

14e $4x \cdot \sqrt{x} = 4x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} = 4x^{1\frac{1}{2}}$.

14f $\frac{3}{4x^2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{3}{4x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}}} = \frac{3}{4x^{2\frac{1}{2}}} = \frac{3}{4}x^{-2\frac{1}{2}}$.

15a $f(x) = \frac{6}{x^3} + 6x^3 = 6x^{-3} + 6x^3 \Rightarrow f'(x) = -18x^{-4} + 18x^2 = -\frac{18}{x^4} + 18x^2$.

15b $g(x) = 3x^6 - \frac{4}{x^1} = 3x^6 - 4x^{-1} \Rightarrow g'(x) = 18x^5 + 4x^{-2} = 18x^5 + \frac{4}{x^2}$.

15c $k(q) = \frac{1}{q^1} = q^{-1} \Rightarrow k'(q) = -1q^{-2} = -\frac{1}{q^2}$.

15d $l(p) = \frac{2}{p^1} + \frac{1}{2p^2} = 2p^{-1} + \frac{1}{2}p^{-2} \Rightarrow l'(p) = -2p^{-2} - 1p^{-3} = -\frac{2}{p^2} - \frac{1}{p^3}$.

15e $h(x) = 3x \cdot \sqrt{x} - 2 \cdot \sqrt{x} = 3x^1 \cdot x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} = 3x^{1\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow h'(x) = 4\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} - 1x^{-\frac{1}{2}} = 4\frac{1}{2} \cdot \sqrt{x} - \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = 4\frac{1}{2} \cdot \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

15f $m(t) = 12t \cdot \sqrt[4]{t} = 12t^1 \cdot t^{\frac{1}{4}} = 12t^{1\frac{1}{4}} \Rightarrow m'(t) = 15t^{\frac{1}{4}} = 15 \cdot \sqrt[4]{t}$.

16a $\frac{d}{dx}\left(x+\frac{4}{\sqrt{x}}\right)=\frac{d}{dx}\left(x+\frac{4}{x^{\frac{1}{2}}}\right)=\frac{d}{dx}\left(x+4x^{-\frac{1}{2}}\right)=1-2x^{-1\frac{1}{2}}=1-\frac{2}{x^{1\frac{1}{2}}}=1-\frac{2}{x^{1}\cdot x^{\frac{1}{2}}}=1-\frac{2}{x\cdot\sqrt{x}}.$

16b $\frac{d}{dx}\left(3x^2\cdot\sqrt{x}\right)=\frac{d}{dx}\left(3x^2\cdot x^{\frac{1}{2}}\right)=\frac{d}{dx}\left(3x^{2\frac{1}{2}}\right)=7\frac{1}{2}x^{1\frac{1}{2}}=7\frac{1}{2}x^1\cdot x^{\frac{1}{2}}=7\frac{1}{2}x\cdot\sqrt{x}.$

16c $\frac{d}{dx}\left(3x-x^{-1{,}65}\right)=3+1{,}65x^{-2{,}65}.$

16d $\frac{d}{dx}\left(10\cdot\sqrt[5]{x}+\frac{5}{x}\right)=\frac{d}{dx}\left(10x^{\frac{1}{5}}+5x^{-1}\right)=2x^{-\frac{4}{5}}-5x^{-2}=\frac{2}{x^{\frac{4}{5}}}-\frac{5}{x^2}=\frac{2}{\sqrt[5]{x^4}}-\frac{5}{x^2}.$

16e $\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{5x}+\frac{5x}{2}\right)=\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{x}+\frac{5}{2}x\right)=\frac{d}{dx}\left(\frac{2}{5}\cdot x^{-1}+\frac{5}{2}x\right)=-\frac{2}{5}x^{-2}+\frac{5}{2}=-\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{x^2}+\frac{5}{2}=-\frac{2}{5x^2}+\frac{5}{2}.$

16f $\frac{d}{dx}\left((1+x)\cdot\sqrt{x}\right)=\frac{d}{dx}\left(\sqrt{x}+x\sqrt{x}\right)=\frac{d}{dx}\left(x^{\frac{1}{2}}+x^{1\frac{1}{2}}\right)=\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}+1\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{x^{\frac{1}{2}}}+1\frac{1}{2}\cdot\sqrt{x}=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x}}+1\frac{1}{2}\cdot\sqrt{x}.$

17a $x_A=4\Rightarrow y_A=\frac{2}{4}=\frac{1}{2};\quad y=\frac{2}{x}=2x^{-1}\Rightarrow y'(x)=-2x^{-2}=-\frac{2}{x^2}$. De helling in A met $x=4$ is $y'(4)=-\frac{2}{4^2}=-\frac{2}{16}=-\frac{1}{8}$.

17b De helling in B met $x_B=1$ is $y'(1)=-\frac{2}{1^2}=-\frac{2}{1}=-2$.

17c De snelheid (waarmee y verandert) in het punt met $x=5$ is $y'(5)=-\frac{2}{5^2}=-\frac{2}{25}$.

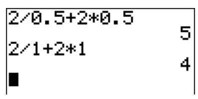
18a Op de x-as is $f(x)=0\Rightarrow 10\cdot\sqrt{x}-5x=0\Rightarrow 10\cdot\sqrt{x}=5x\Rightarrow 2\cdot\sqrt{x}=x$ (kwadrateren)
$4x=x^2\Rightarrow x^2-4x=0\Rightarrow x(x-4)=0\Rightarrow x=0$ (is niet positief) $\vee\ x=4=x_A$.
$f(x)=10\cdot\sqrt{x}-5x=10x^{\frac{1}{2}}-5x\Rightarrow f'(x)=5x^{-\frac{1}{2}}-5=\frac{5}{x^{\frac{1}{2}}}-5=\frac{5}{\sqrt{x}}-5$. Helling in A is $f'(4)=\frac{5}{\sqrt{4}}-5=\frac{5}{2}-5=-2\frac{1}{2}$.

18b De snelheid (waarmee $f(x)$ verandert) voor $x=\frac{1}{4}$ is $f'(\frac{1}{4})=\frac{5}{\sqrt{\frac{1}{4}}}-5=\frac{5}{\frac{1}{2}}-5=5\cdot\frac{2}{1}-5=10-5=5$.

18c De helling in B met $x=1$ is $f'(1)=\frac{5}{\sqrt{1}}-5=\frac{5}{1}-5=0\Rightarrow$ horizontale raaklijn in B.

19a $y=\frac{2}{x}+2x=\frac{2}{x^1}+2x=2x^{-1}+2x\Rightarrow y'(x)=-2x^{-2}+2=-\frac{2}{x^2}+2.$
De snelheid (waarmee y verandert) in $x=4$ is $y'(4)=-\frac{2}{4^2}+2=-\frac{2}{16}+2=-\frac{1}{8}+2=1\frac{7}{8}$.

19b De helling in P met $x=0{,}5$ is $y'(0{,}5)=-\frac{2}{0{,}5^2}+2=-\frac{2}{0{,}25}+2=-8+2=-6$ (en dat is negatief).



19c De helling in Q met $x=1$ is $y'(1)=-\frac{2}{1^2}+2=-\frac{2}{1}+2=-2+2=0\Rightarrow$ horizontale raaklijn in Q.

20a $f(x)=x+\frac{1}{x}=x+x^{-1}\Rightarrow f'(x)=1-1\cdot x^{-2}=1-\frac{1}{x^2}.$
Helling $=0\Rightarrow f'(x)=0\Rightarrow 1-\frac{1}{x^2}=0\Rightarrow\frac{1}{1}=\frac{1}{x^2}\Rightarrow 1\cdot x^2=1\Rightarrow x=1\vee x=-1.$
Minimum (zie figuur 12.11) $f(1)=1+\frac{1}{1}=2$ en maximum (zie figuur 12.11) $f(-1)=-1+\frac{1}{-1}=-1-1=-2$.

20b $rc_k=f'(4)=1-\frac{1}{4^2}=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}.$

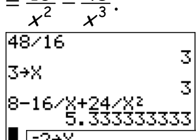
$$\left.\begin{array}{l} k\colon y=\frac{15}{16}x+b \\ x_A=4\Rightarrow y_A=f(4)=4\frac{1}{4}\end{array}\right\}\Rightarrow 4\frac{1}{4}=\frac{15}{16}\cdot 4+b\Rightarrow 4\frac{1}{4}=3\frac{3}{4}+b\Rightarrow\frac{1}{2}=b\Rightarrow k\colon y=\frac{15}{16}x+\frac{1}{2}.$$

20c $f'(0{,}5)=1-\frac{1}{0{,}5^2}=1-\frac{1}{0{,}25}=1-4=-3.$

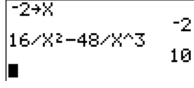
20d $f'(0{,}2)=1-\frac{1}{0{,}2^2}=1-\frac{1}{0{,}04}=1-25=-24\Rightarrow$ de grafiek is dalend voor $x=0{,}2\Rightarrow y=f(x)$ neemt af voor $x=0{,}2$.

20e Top $(1, 2)$ (zie 20a) op de x-as voor $a=-2$ (f 2 omlaag verschuiven) en top $(-1,-2)$ (zie 20) op de x-as voor $a=2$.

21a $y=8-\frac{16}{x}+\frac{24}{x^2}$ ($x\neq 0$, anders deel je door 0) $=8-16x^{-1}+24x^{-2}\Rightarrow y'(x)=\frac{dy}{dx}=+16x^{-2}-48x^{-3}=\frac{16}{x^2}-\frac{48}{x^3}.$
Helling $=0\Rightarrow\frac{dy}{dx}=0\Rightarrow\frac{16}{x^2}-\frac{48}{x^3}=0\Rightarrow\frac{16}{x^2}=\frac{48}{x^3}\Rightarrow 16\cdot x^3=48\cdot x^2$ ($x\neq 0$) $\Rightarrow 16x=48\Rightarrow x_A=3.$
Minimum (zie figuur 12.12) $y_A=y(3)=8-\frac{16}{3}+\frac{24}{3^2}=8-5\frac{1}{3}+\frac{24}{9}=8-5\frac{1}{3}+2\frac{2}{3}=10\frac{2}{3}-5\frac{1}{3}=5\frac{1}{3}.$



21b De snelheid (waarmee y verandert) voor $x=-2$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=-2}=\frac{16}{(-2)^2}-\frac{48}{(-2)^3}=\frac{16}{4}-\frac{48}{-8}=4+6=10.$



21c $\frac{dy}{dx} = 16x^{-2} - 48x^{-3}$ (zie21a) $\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(16x^{-2} - 48x^{-3}\right) = -32x^{-3} + 144x^{-4} = -\frac{32}{x^3} + \frac{144}{x^4}$.

$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0 \Rightarrow -\frac{32}{x^3} + \frac{144}{x^4} = 0 \Rightarrow \frac{32}{x^3} = \frac{144}{x^4} \Rightarrow 144 \cdot x^3 = 32 \cdot x^4$ $(x \neq 0) \Rightarrow 144 = 32x \Rightarrow x = \frac{144}{32} = 4{,}5$.

21d Snelheid maximaal $\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0 \Rightarrow x_B = 4{,}5$ (zie 21c) $\Rightarrow y_B = y(4{,}5) = 8 - \frac{16}{4{,}5} + \frac{24}{4{,}5^2} = \frac{152}{27}$.

```
144/32→X
                4.5
8-16/X+24/X²
         5.62962963
Ans►Frac
             152/27
```

21e De functie bij 21e ontstaat uit die van 21a door een horizontale verschuiving over $(a, 0)$.
Dus de top $(3, 5\frac{1}{3})$ van de functie 21e (zie 21a) komt op de y-as te liggen voor $a = -3$.

```
4→X
                  4
12X^0.3-3X
        6.188598798
3.6X^-0.7-3
       -1.63585509
```

22a $x_A = 4 \Rightarrow y_A = y(4) = 12 \cdot 4^{0,3} - 3 \cdot 4 \approx 6{,}19$.
$y = 12x^{0,3} - 3x \Rightarrow y'(x) = \frac{dy}{dx} = 3{,}6x^{-0,7} - 3$. De helling voor $x_A = 4$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4} = 3{,}6 \cdot 4^{-0,7} - 3 \approx -1{,}64$.

22b De snelheid (waarmee y verandert) voor $x = 0{,}3$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0{,}3} = 3{,}6 \cdot 0{,}3^{-0,7} - 3 \approx 5{,}36$.

```
0.3→X
                 .3
3.6X^-0.7-3
        5.362143623
```

22c $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 3{,}6x^{-0,7} - 3 = 0 \Rightarrow 3{,}6x^{-0,7} = 3 \Rightarrow x^{-0,7} = \frac{3}{3{,}6} \Rightarrow x = \sqrt[-0,7]{\frac{3}{3{,}6}} \approx 1{,}30$.

```
3/3.6
        .8333333333
(-0.7)ˣ√(3/3.6)
         1.29752599
```

Denk aan de haakjes !!!

23a $R = 4q^{0,4} - q \Rightarrow \frac{dR}{dq} = 1{,}6q^{-0,6} - 1$. De snelheid (waarmee R verandert)
voor $q = 0{,}5$ (stuks × 1000) is $\left[\frac{dR}{dq}\right]_{x=0{,}5} = 1{,}6 \cdot 0{,}5^{-0,6} - 1 \approx 1{,}43$ (€ × 1000/stuks × 1000 = €/stuk).
Dus bij een productie van 500 stuks neemt de opbrengst toe met 1,43 euro per stuk.

```
0.5→X
                 .5
1.6X^-0.6-1
        1.425146506
```

23b 4500 stuks $\Rightarrow q = 4{,}5$ (stuks × 1000) $\Rightarrow$ de snelheid $\left[\frac{dR}{dq}\right]_{x=4{,}5} = 1{,}6 \cdot 4{,}5^{-0,6} - 1 \approx -0{,}35$ (€/stuk).
Dus bij een productie van 4500 stuks neemt de opbrengst af met 0,35 euro per stuk.

```
4.5→X
                4.5
1.6X^-0.6-1
       -.3510780353
```

23c $\frac{dR}{dq} = 0 \Rightarrow 1{,}6q^{-0,6} - 1 = 0 \Rightarrow 1{,}6q^{-0,6} = 1 \Rightarrow q^{-0,6} = \frac{1}{1{,}6} \Rightarrow q = \sqrt[-0,6]{\frac{1}{1{,}6}} = 2{,}189$ (stuks × 1000).
$R(2{,}189) = 4 \cdot 2{,}189^{0,4} - 2{,}189 \approx 3{,}283$ (€ × 1000) $\Rightarrow$ maximale opbrengst is dus ongeveer 3280 euro.

```
(-0.6)ˣ√(1/1.6)
        2.188769212
2.189→X
              2.189
4X^0.4-X
         3.28315381
```

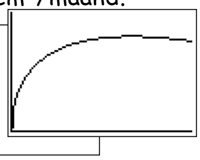
24a $B = 4 \cdot \sqrt{t} - t = 4t^{\frac{1}{2}} - t \Rightarrow \frac{dB}{dt} = 2t^{-\frac{1}{2}} - 1 = \frac{2}{t^{\frac{1}{2}}} - 1 = \frac{2}{\sqrt{t}} - 1$.
De snelheid (waarmee B verandert) op $t = 3$ (maanden) is $\left[\frac{dB}{dt}\right]_{t=3} = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \approx 0{,}15$ (dm²/maand). Dit is 15 cm²/maand.

```
2/√(3)-1
        .1547005384
Ans*100
        15.47005384
```

24b $\left[\frac{dB}{dt}\right]_{t=4} = \frac{2}{\sqrt{4}} - 1 = \frac{2}{2} - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow$ extreem voor $t = 4$ en $B(4) = 4 \cdot \sqrt{4} - 4 = 4 \cdot 2 - 4 = 4$.
$B(4) = 4$ (dm²) is een maximum (zie een plot, maar volgt ook al uit de vraagstelling).

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=4√(X)-X
\Y2=
\Y3=
```

```
WINDOW
 Xmin=0
 Xmax=6
 Xscl=0
 Ymin=0
 Ymax=5
 Yscl=0
 Xres=1
```



25a 20 mei $\Rightarrow t = 8 \Rightarrow q(8) = 6 \cdot 8 - 8^{1,5} \approx 25{,}373$ (stuks × 1000).
Dus op 20 mei zijn er (ongeveer) 25370 T-shirts verkocht.

```
6*8-8^1.5
          25.372583
```

25b $q = 6t - t^{1,5} \Rightarrow \frac{dq}{dt} = 6 - 1{,}5t^{0,5}$.
De snelheid op 1 juni (kun je zien als 32 mei), dus $t = 20$, is $\left[\frac{dq}{dt}\right]_{t=20} = 6 - 1{,}5 \cdot 20^{0,5} \approx -0{,}708$ (stuks × 1000/dag).
Op 1 juni is er een afname van (ongeveer) 710 T-shirts per dag.

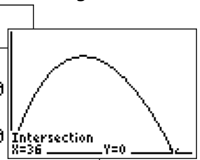
```
6-1.5*20^0.5
       -.7082039325
```

25c 16 mei $\Rightarrow t = 4 \Rightarrow q(4) = 6 \cdot 4 - 4^{1,5} = 16$ (stuks × 1000). Dit is 100%.
28 mei $\Rightarrow t = 16 \Rightarrow q(16) = 6 \cdot 16 - 16^{1,5} = 32$ (stuks × 1000). Dat is 200%.
Dus op 28 mei is 100% meer verkocht dan op 16 mei.

```
6*4-4^1.5
                 16
6*16-16^1.5
                 32
(32-16)/16*100
                100
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=6X-X^1.5
\Y2=0
\Y3=
```

```
WINDOW
 Xmin=0
 Xmax=40
 Xscl=0
 Ymin=0
 Ymax=40
 Yscl=0
 Xres=1
```



25d $t = 0 \Rightarrow q(0) = 6 \cdot 0 - 0^{1,5} = 0$ en $t = 36 \Rightarrow q(36) = 6 \cdot 36 - 36^{1,5} = 0$.
Tussen $t = 0$ en $t = 36$ is $q > 0$ (zie een plot) $\Rightarrow$ 36 dagen lang verkocht.

```
6*0-0^1.5
                  0
6*36-36^1.5
                  0
6*16-16^1.5
                 32
```

25e $\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow 6 - 1{,}5t^{0,5} = 0 \Rightarrow 6 = 1{,}5t^{0,5} \Rightarrow t^{0,5} = \frac{6}{1{,}5} = 4 \Rightarrow t = \sqrt[0,5]{4} = 16$.
Het maximum (zie een plot of de vraagstelling) voor $t = 16$, dus op 28 mei, is $q(16) = 32$ (stuks × 1000), dus 32000 stuks.

26a De lengte van alle 12 ribben samen is: $L = 4 \cdot 2x + 4 \cdot x + 4 \cdot h = 8x + 4x + 4h = 12x + 4h$ (dm).

26b $L = 9 \Rightarrow 12x + 4h = 9 \Rightarrow 4h = 9 - 12x \Rightarrow h = \frac{9}{4} - \frac{12}{4}x = 2\frac{1}{4} - 3x$.

27 L(omh.) $= (x + 2x) + y + (2x + 12 + x) + y = 6x + 2y + 12 = 160 \Rightarrow 2y = 160 - 6x - 12 \Rightarrow y = 80 - 3x - 6 = 74 - 3x$ ❶.
$O = (x + 12 + 2x) \cdot y$ ❶ $= (3x + 12) \cdot (74 - 3x) = 222x - 9x^2 + 888 - 36x = -9x^2 + 186x + 888$.

```
3*74
                222
12*74
                888
222-36
                186
```

28 $L(\text{omh.}) = y + x + (y-3) + (x+4) = 2y + 2x + 1 = 80 \Rightarrow 2y = 79 - 2x \Rightarrow y = 39{,}5 - x$ ❶.
$O = (x+10)\cdot(y+3)$ ❶ $= (x+10)\cdot(42{,}5 - x) = 42{,}5x - x^2 + 425 - 10x = -x^2 + 32{,}5x + 425.$

29a $\text{Opp.} = A = x \cdot y = 600 \Rightarrow y = \frac{600}{x}$ ❶. $O(\text{mtrek}) = x + y + x + y = 2x + 2y$ ❶ $= 2x + 2\cdot\frac{600}{x} = 2x + \frac{1200}{x}.$

29b $I = x \cdot x \cdot h = x^2h = 10 \Rightarrow h = \frac{10}{x^2}$ ❶. $O(\text{mtrek voorvlak}) = x + h + x + h = 2x + 2h$ ❶ $= 2x + 2\cdot\frac{10}{x^2} = 2x + \frac{20}{x^2}.$

30a $L(\text{omh.}) = x + y + (x+6)$ (langs de sloot geen hek) $= 2x + y + 6 = 200 \Rightarrow y = 200 - 6 - 2x \Rightarrow y = 194 - 2x$ ❶.
$O = y\cdot(x+6)$ ❶ $= (194 - 2x)\cdot(x+6) = 194x + 1164 - 2x^2 - 12x = -2x^2 + 182x + 1164.$

30b $O = y\cdot(x+6) = 2000 \Rightarrow y = \frac{2000}{x+6}$ ❶.
$L(\text{omh.}) = x + y + (x+6) = 2x + y + 6$ ❶ $= 2x + \frac{2000}{x+6} + 6.$

31a $L(\text{ribben}) = 4\cdot 2x + 4\cdot x + 4\cdot h = 8x + 4x + 4h = 12x + 4h = 40 \Rightarrow 4h = 40 - 12x \Rightarrow h = 10 - 3x$ ❶.
$I = 2x\cdot x\cdot h$ ❶ $= 2x^2\cdot(10 - 3x) = 20x^2 - 6x^3.$

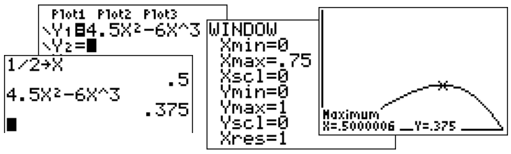
31b $I = 2x\cdot x\cdot h = 2x^2h = 40 \Rightarrow h = \frac{40}{2x^2} = \frac{20}{x^2}$ ❶.
$P(\text{voorvlak}) = 2x + h + 2x + h = 4x + 2h$ ❶ $= 4x + 2\cdot\frac{20}{x^2} = 4x + \frac{40}{x^2}.$

32 $I = 2x\cdot x\cdot h$ (zie 26b) $= 2x^2\cdot(2\frac{1}{4} - 3x) = 4\frac{1}{2}x^2 - 6x^3$ (is ook gegeven).

OF •• op de GR: (optie maximum)
voor $x = 0{,}5$ is $I_{\text{max}} = 0{,}375$ (dm³).
($L = 12x + 4h = 9 \Rightarrow 12x < 9 \Rightarrow x < \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$)

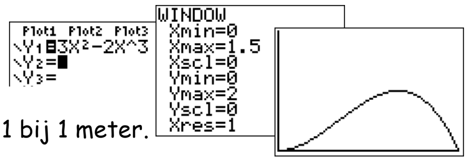
- Algebraïsch (dus met differentiëren): $I'(x) = \frac{dI}{dx} = 9x - 18x^2.$

$\frac{dI}{dx} = 0 \Rightarrow 9x - 18x^2 = 0 \Rightarrow 9x(1-2x) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{2}.$
Min. (zie plot) voor $x = 0$ (wordt niet gevraagd, dus hier niet mee doorgaan).
Max. (zie plot) voor $x = \frac{1}{2}$ is $I_{\text{max}} = 4\frac{1}{2}\cdot(\frac{1}{2})^2 - 6\cdot(\frac{1}{2})^3 = 0{,}375$ (dm³).



33 $L(\text{gaas}) = 4x + 2y = 400 \Rightarrow 2y = 400 - 4x \Rightarrow y = 200 - 2x$ ❶.
$O = x\cdot y$ ❶ $= x\cdot(200 - 2x) = 200x - 2x^2.$
$\frac{dO}{dx} = 0 \Rightarrow 200 - 4x = 0 \Rightarrow 200 = 4x \Rightarrow x = 50.$ (hoort volgens de vraagstelling bij een maximum)
Dus $x = 50$ (m) en y ❶ $= 200 - 2\cdot 50 = 100$ (m).

34 $L(\text{ribben}) = 4\cdot x + 4\cdot x + 4\cdot h = 8x + 4h = 12 \Rightarrow 4h = 12 - 8x \Rightarrow h = 3 - 2x$ ❶. ($8x + 4h = 12 \Rightarrow 8x < 12 \Rightarrow x < 1{,}5$)
$I = x\cdot x\cdot h$ ❶ $= x^2\cdot(3 - 2x) = 3x^2 - 2x^3.$
$\frac{dI}{dx} = 0 \Rightarrow 6x - 6x^2 = 0 \Rightarrow 6x(1-x) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 1.$
Minimum (zie een plot) voor $x = 0$ (wordt niet gevraagd).
Maximum (zie een plot) voor $x = 1$ (m) en h ❶ $= 3 - 2\cdot 1 = 1$ (m). Maten: 1 bij 1 bij 1 meter.

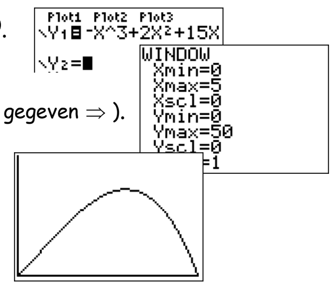


35 L (als bij opgave 34) $= 8x + 4h = 12 \Rightarrow h = 3 - 2x$ ❶.
$O(\text{4 opstaande zijvlakken}) = 4\cdot x\cdot h$ ❶ $= 4x\cdot(3 - 2x) = 12x - 8x^2.$
$\frac{dO}{dx} = 0 \Rightarrow 12 - 16x = 0 \Rightarrow -16x = -12 \Rightarrow x = \frac{-12}{-16} = \frac{3}{4}$ (hoort volgens de vraagstelling bij een maximum).
Dus $x = \frac{3}{4}$ (m) en h ❶ $= 3 - 2\cdot\frac{3}{4} = 3 - 1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}$ (m). De afmetingen (van de kisten) zijn $\frac{3}{4}$ bij $\frac{3}{4}$ bij $1\frac{1}{2}$ meter.

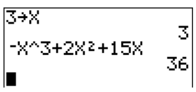
36 $L(\text{afrastering}) = x + y + (x - 8)$ (langs de sloot geen hek) $= 2x + y - 8 = 200 \Rightarrow y = 208 - 2x$ ❶.
$O = x\cdot y$ ❶ $= x\cdot(208 - 2x) = 208x - 2x^2.$
$\frac{dO}{dx} = 0 \Rightarrow 208 - 4x = 0 \Rightarrow 208 = 4x \Rightarrow x = 52.$ (hoort volgens de vraagstelling bij een maximum)
Dus $x = 52$ (m) en y ❶ $= 208 - 2\cdot 52 = 208 - 104 = 104$ (m).

37a $L(\text{strippen}) = 2\cdot(x+3) + 2\cdot x + 4\cdot h = 4x + 6 + 4h = 26 \Rightarrow 4h = 20 - 4x \Rightarrow h = 5 - x$ ❶.
$I = x\cdot(x+3)\cdot h$ ❶ $= (x^2 + 3x)\cdot(5 - x) = 5x^2 - x^3 + 15x - 3x^2 = -x^3 + 2x^2 + 15x.$

37b $\frac{dI}{dx} = 0 \Rightarrow -3x^2 + 4x + 15 = 0$ (dan met de abc-formule verder oplossen, maar de x-waarde is gegeven $\Rightarrow$).
$\left[\frac{dI}{dx}\right]_{x=3} = -3\cdot 3^2 + 4\cdot 3 + 15 = -27 + 12 + 15 = 0 \Rightarrow I$ heeft een extreem voor $x = 3$.
Dit extreem voor $x = 3$ (zie een plot) is een maximum.



37c $I_{\text{max}} = -3^3 + 2\cdot 3^2 + 15\cdot 3 = 36$ (dm³).



38a $I = x \cdot x \cdot h = x^2 h = 12 \Rightarrow h = \frac{12}{x^2}$ ❶.

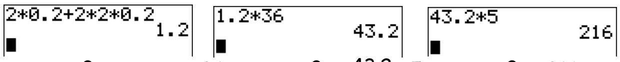
$K = x \cdot x \cdot 0{,}25 + 4 \cdot x \cdot h \cdot 0{,}25 + x \cdot x \cdot 0{,}50 = 0{,}75x^2 + 1 \cdot x \cdot h$ ❶ $= 0{,}75x^2 + 1 \cdot x \cdot \frac{12}{x^2} = 0{,}75x^2 + \frac{12}{x}$.

38b $K = 0{,}75x^2 + \frac{12}{x} = 0{,}75x^2 + 12x^{-1} \Rightarrow \frac{dK}{dx} = 1{,}5x - 12x^{-2}$.

$\frac{dK}{dx} = 0 \Rightarrow 1{,}5x - 12x^{-2} = 0 \Rightarrow \frac{1{,}5x}{1} = \frac{12}{x^2} \Rightarrow 1{,}5x^3 = 12 \Rightarrow x^3 = 8 = 2^3 \Rightarrow x = 2$. (volgens de vraagstelling hier een minimum)

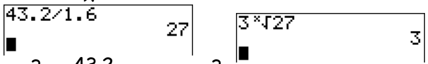
Dus $x = 2$ (dm) en h ❶ $= \frac{12}{2^2} = \frac{12}{4} = 3$ (dm). De afmetingen (van het kistje met minimale kosten) zijn 2 bij 2 bij 3 dm.

39a $I = x \cdot 2x \cdot h = 2x^2 h = 72 \Rightarrow h = \frac{72}{2x^2} = \frac{36}{x^2}$ ❶.



$K = x \cdot 2x \cdot 0{,}40 + 2 \cdot x \cdot h \cdot 0{,}20 + 2 \cdot 2x \cdot h \cdot 0{,}20$ ❶ $= 0{,}8x^2 + 1{,}2 \cdot x \cdot \frac{36}{x^2} = 0{,}8x^2 + \frac{43{,}2}{x} \cdot \frac{5}{5} = 0{,}8x^2 + \frac{216}{5x}$.

39b $K = 0{,}8x^2 + \frac{216}{5x} = 0{,}8x^2 + 43{,}2x^{-1} \Rightarrow \frac{dK}{dx} = 1{,}6x - 43{,}2x^{-2}$.



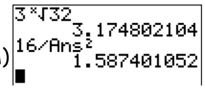
$\frac{dK}{dx} = 0 \Rightarrow 1{,}6x - 43{,}2x^{-2} = 0 \Rightarrow \frac{1{,}6x}{1} = \frac{43{,}2}{x^2} \Rightarrow 1{,}6x^3 = 43{,}2 \Rightarrow x^3 = \frac{43{,}2}{1{,}6} = 27 = 3^3 \Rightarrow x = 3$. (hier het minimum)

Dus $x = 3$ (dm); $2x = 2 \cdot 3 = 6$ (dm) en h ❶ $= \frac{36}{2^2} = \frac{36}{4} = 9$ (dm). De afmetingen (met minimale kosten) zijn 3 bij 6 bij 9 dm.

40 $I = x \cdot x \cdot h = x^2 h = 16 \Rightarrow h = \frac{16}{x^2}$ ❶.

$O = x \cdot x + 4 \cdot x \cdot h$ ❶ $= x^2 + 4x \cdot \frac{16}{x^2} = x^2 + \frac{64}{x} = x^2 + 64x^{-1} \Rightarrow \frac{dO}{dx} = 2x - 64x^{-2}$.

$\frac{dO}{dx} = 0 \Rightarrow 2x - 64x^{-2} = 0 \Rightarrow \frac{2x}{1} = \frac{64}{x^2} \Rightarrow 2x^3 = 64 \Rightarrow x^3 = \frac{64}{2} = 32 \Rightarrow x = \sqrt[3]{32}$. (hier het gezochte minimum)



Dus $x = \sqrt[3]{32}$ (dm) en h ❶ $= \frac{16}{\sqrt[3]{32}^2}$ (dm). De afmetingen (bij minimale oppervlakte) zijn 3,17 bij 3,17 bij 1,59 dm.

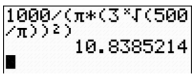
41a $I = G \cdot h = \pi r^2 h = 1000 \Rightarrow h = \frac{1000}{\pi r^2}$ ❶. (G is de oppervlakte van de bodem $\Rightarrow G = O_{\text{(cirkel)}} = \pi r^2$)

41b $O(\text{bodem} + \text{deksel} + \text{mantel}) = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$ ❶ $= 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{1000}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r}$ (omtrek$_{\text{(cirkel)}} = 2\pi r$).

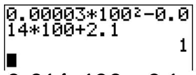
$O = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r} = 2\pi r^2 + 2000r^{-1} \Rightarrow \frac{dO}{dx} = 4\pi r - 2000r^{-2}$.

$\frac{dO}{dx} = 0 \Rightarrow 4\pi r - 2000r^{-2} = 0 \Rightarrow \frac{4\pi r}{1} = \frac{2000}{r^2} \Rightarrow 4\pi r^3 = 2000 \Rightarrow r^3 = \frac{500}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}$. (hier het gezochte minimum)

Dus $r = \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}} \approx 5{,}4$ cm en h ❶ $= \frac{1000}{\pi \cdot \sqrt[3]{\frac{500}{\pi}}^2} \approx 10{,}8$ cm.



42a $K = 0{,}00001q^3 - 0{,}007q^2 + 2{,}1q + 100 \Rightarrow \frac{dK}{dq} = 0{,}00003q^2 - 0{,}014q + 2{,}1$.

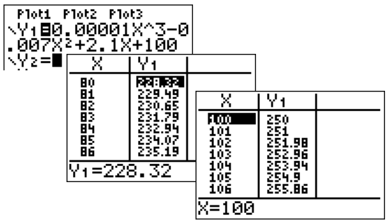


De snelheid (waarmee kosten toenemen) voor $q = 100$ is $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=100} = 0{,}00003 \cdot 100^2 - 0{,}014 \cdot 100 + 2{,}1 = 1$ (€/stropdas).

42b $\left.\begin{array}{l} q = 80 \Rightarrow K(80) = 228{,}32 \text{ (€)} \\ q = 81 \Rightarrow K(81) \approx 229{,}49 \text{ (€)} \end{array}\right\} \Rightarrow$ bij $q = 80$ is $MK = K(81) - K(80) \approx 1{,}17$ (€/stuk).

42c $\left.\begin{array}{l} q = 100 \Rightarrow K(100) = 250 \text{ (€)} \\ q = 101 \Rightarrow K(101) = 251 \text{ (€)} \end{array}\right\} \Rightarrow$ bij $q = 100$ is $MK = K(101) - K(100) = 1$ (€/stuk).

Hier is MK bij $q = 100$ gelijk aan $\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=100}$.

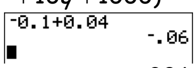


43a $K = 0{,}00012q^3 - 0{,}04q^2 + 10q + 1000 \Rightarrow MK = \frac{dK}{dq} = 0{,}00036q^2 - 0{,}08q + 10$.

43b $R = p \cdot q = (-0{,}1q + 50) \cdot q = -0{,}1q^2 + 50q$.

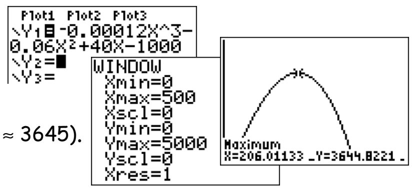
$W = R - K = -0{,}1q^2 + 50q - (0{,}00012q^3 - 0{,}04q^2 + 10q + 1000)$

$= -0{,}00012q^3 - 0{,}06q^2 + 40q - 1000$.



43c $W = -0{,}00012q^3 - 0{,}06q^2 + 40q - 1000$ (optie maximum) $\Rightarrow q \approx 206$ (en $W_{max} \approx 3645$).

W maximaal $\Rightarrow \frac{dW}{dq} = MW = 0$.



44a De formule van prijs-afzetlijn (in figuur 12.31) gaat door (0,6) en (120,0) is $p = aq + b$ met

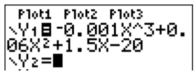
$a = \frac{\Delta p}{\Delta q} = \frac{0 - 6}{120 - 0} = -\frac{1}{20} = -0{,}05$ en omdat hij door (0,6) gaat is $b = 6$. Dus $p = -0{,}05q + 6$.

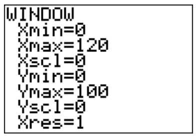
$R = p \cdot q = (-0{,}05q + 6) \cdot q = -0{,}05q^2 + 6q$.

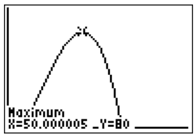
44b $MR = aq + b$ door (0,6) en (60,0) $\Rightarrow a = \frac{\Delta MR}{\Delta q} = \frac{0-6}{60-0} = -\frac{6}{60} = -0{,}1$ en $b = 6$. Dus $MR = -0{,}1q + 6$
$R = -0{,}05q^2 + 6q$ (zie 44a) $\Rightarrow \frac{dR}{dq} = -0{,}1q + 6$ $\Bigg\} \Rightarrow MR = \frac{dR}{dq}$.

44c R maximaal $\Rightarrow \frac{dR}{dq} = MR = 0 \Rightarrow -0{,}1q + 6 = 0 \Rightarrow -0{,}1q = -6 \Rightarrow q = \frac{-6}{-0{,}1} = 60$. In figuur 12.31: $MR = 0 \Rightarrow q = 60$.

44d $W = R - K = -0{,}05q^2 + 6q - (0{,}001q^3 - 0{,}11q^2 + 4{,}5q + 20)$
$= -0{,}001q^3 + 0{,}06q^2 + 1{,}5q - 20$.
W maximaal (optie maximum) $\Rightarrow q = 50$.







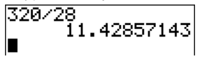
45a Bij het punt B hoort $q = 20$ en $K = 30 \Rightarrow \text{rc}_{OB} = GK = \frac{K}{q} = \frac{30}{20} = 1{,}5$ (€/stuk).

45b De gemiddelde kosten (GK) nemen eerst af en daarna weer toe.
Dat is te zien aan de rc's van de lijnen door O met een punt P van de grafiek van K.
Deze rc's worden eerst kleiner en daarna weer groter als P van links naar rechts over de grafiek van K loopt.

45c Minimale GK als de lijn OP zo gekozen wordt dat deze onder tegen de grafiek van K aan plakt $\Rightarrow q \approx 32$.

46a Bij $q = 20$ lezen we af $K = 200$ (€) $\Rightarrow GW = \frac{200}{20} = 10$ (€/stuk).
Bij $q = 50$ lezen we af $K = 350$ (€) $\Rightarrow GW = \frac{350}{50} = 7$ (€/stuk).

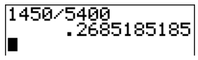
46b GW maximaal als de lijn OP zo gekozen wordt dat deze boven tegen de grafiek van W aan rust $\Rightarrow q \approx 28$.
Aflezen in de grafiek geeft: $q \approx 28$ en $W \approx 320 \Rightarrow GW \approx \frac{320}{28} \approx 11{,}4$ (€/stuk).



47a Bij $q = 2000$ lezen we af $K = 1000$ (€) $\Rightarrow GK = \frac{1000}{2000} = 0{,}50$ (€/pot).

47b Bij $q = 4000$ lezen we af $K = 1200$ (€) $\Rightarrow GK = \frac{1200}{4000} = 0{,}30$ (€/pot).
De lijn door $O(0, 0)$ en $P_1(4000, 1200)$ (teken deze lijn in je werkboek) snijdt de grafiek ook nog in $P_2(6700, 2000)$.
Dus bij $q = 6700$ (potten) is GK even groot als bij $q = 4000$.

47c Minimale GK als de lijn OP zo gekozen wordt deze onder tegen de grafiek van K aan plakt.
Deze lijn OP is de raaklijn uit O aan de grafiek van $K \Rightarrow P(5400, 1450)$. (controleer in het werkboek)
Dus $GK_{\text{min}} = \frac{1450}{5400} \approx 0{,}27$ (€/pot). Ook $MK = 0{,}27$ (€/pot), want OP is raaklijn met $rc = \left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=5400} = MK(5400)$.



47d Zoek het punt op de grafiek van K met de kleinste helling (glij met een skilift over de grafiek) $\Rightarrow q \approx 3000$.

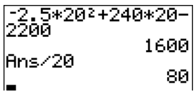
48 Minimale GK als de lijn OP zo gekozen wordt deze onder tegen de grafiek aan plakt. (eerste grafiek)
Maximale GW als de lijn OP zo gekozen wordt deze boven tegen de grafiek aan rust. (tweede grafiek)

49a $K = 2q^2 + 5q + 18 \Rightarrow GK = \frac{2q^2 + 5q + 18}{q} = 2q + 5 + \frac{18}{q}$ en $K = 2q^2 + 5q + 18 \Rightarrow MK = \frac{dK}{dq} = 4q + 5$.

49b $GK = 2q + 5 + \frac{18}{q} = 2q + 5 + 18q^{-1} \Rightarrow \frac{dGK}{dq} = 2 - 18q^{-2}$. Nu is: $\left[\frac{dGK}{dq}\right]_{q=3} = 2 - 18 \cdot 3^{-2} = 2 - \frac{18}{3^2} = 2 - \frac{18}{9} = 2 - 2 = 0$.
OF: $\frac{dGK}{dq} = 0 \Rightarrow 2 - \frac{18}{q^2} = 0 \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{18}{q^2} \Rightarrow 2q^2 = 18 \Rightarrow q = -3$ (niet zinvol) $\vee$ $q = 3$ (volgens de vraagstelling hier een minimum).

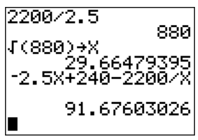
49c $GK(3) = 2 \cdot 3 + 5 + \frac{18}{3} = 6 + 5 + 6 = 17$ en $MK(3) = 4 \cdot 3 + 5 = 17$.
De raaklijn aan de grafiek van K in $q = 3$ gaat door de oorsprong $\Rightarrow \text{rc}_{OP} = GK(3)$ hetzelfde als $\text{rc}_{\text{raaklijn}} = MK(3)$.

50a $GP = \frac{P}{t} \Rightarrow GP(20) = \frac{-2{,}5 \cdot 20^2 + 240 \cdot 20 - 2200}{20} = 80$ (m³/ha/jaar).



50b Teken de lijn OP die boven tegen de grafiek van P aan rust $\Rightarrow t \approx 30$. Dus na 30 jaar is GP maximaal.

50c $GP = \frac{-2{,}5t^2 + 240t - 2200}{t} = -2{,}5t + 240 - \frac{2200}{t} = -2{,}5t + 240 - 2200t^{-1} \Rightarrow \frac{dGP}{dt} = -2{,}5 + 2200t^{-2}$.
$\frac{dGP}{dt} = 0 \Rightarrow -2{,}5 + \frac{2200}{t^2} = 0 \Rightarrow \frac{2200}{t^2} = \frac{2{,}5}{1} \Rightarrow 2{,}5t^2 = 2200 \Rightarrow t^2 = \frac{2200}{2{,}5} = 880$ $(t > 0) \Rightarrow t = \sqrt{880}$.
Dus voor $t = \sqrt{880} \approx 29{,}7$ (hoort volgens de vraagstelling bij een maximum) is $GP_{\text{max}} \approx 91{,}7$ (m³/ha/jaar).



51a Bestelkosten $= 4 \cdot 35 = 140$ (€/jaar).

51b Gemiddelde voorraad $= \frac{180}{2} = 90$ (accu's).
Voorraadkosten $= 90 \cdot 3 = 270$ (€/jaar).

51c Totale kosten $= 140 + 270 = 410$ (€/jaar).

51d Bestelkosten $= 12 \cdot 35 = 420$ (€/jaar). $(720 : 60 = 12)$
Voorraadkosten $= \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 3 = 90$ (€/jaar).
Totale kosten $= 420 + 90 = 510$ (€/jaar).

51e Drie keer per maand een bestelling $\Rightarrow 3 \cdot 12 = 36$ bestellingen van telkens 20 accu's:
Bestelkosten $= 36 \cdot 35 = 1260$ (€/jaar) en voorraadkosten $= \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 3 = 30$ (€/jaar).
Dus totale kosten $= 1260 + 30 = 1290$ (€/jaar).

```
720/36
                20
36*35
              1260
```

Een bestelling per jaar:
Bestelkosten $= 1 \cdot 35 = 35$ (€/jaar) en voorraadkosten $= \frac{1}{2} \cdot 720 \cdot 3 = 1080$ (€/jaar).
Dus totale kosten $= 35 + 1080 = 1115$ (€/jaar).

```
1/2*720*3
              1080
Ans+35
              1115
```

52a n bestellingen van telkens $\frac{1200}{n}$ pakken $\Rightarrow TK = \frac{1}{2} \cdot \frac{1200}{n} \cdot 4 + n \cdot 40 = \frac{4800}{2n} + 40n = \frac{2400}{n} + 40n$ (€/jaar).

52bc $TK = \frac{2400}{n} + 40n = 2\,400n^{-1} + 40n \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\,TK}{\mathrm{d}n} = -2\,400n^{-2} + 40.$
$\frac{\mathrm{d}\,TK}{\mathrm{d}n} = 0 \Rightarrow -\frac{2400}{n^2} + 40 = 0 \Rightarrow \frac{40}{1} = \frac{2400}{n^2} \Rightarrow 40n^2 = 2\,400 \Rightarrow n^2 = 60$ $(n > 0) \Rightarrow n = \sqrt{60} \approx 7{,}7.$
Dus bij 8 bestellingen per jaar (hoort een minimum volgens vraag) is $TK_{\min} = \frac{2400}{8} + 40 \cdot 8 = 620$ (€/jaar).

```
2400/40
                60
√(60)
       7.745966692
2400/8+40*8
               620
```

53a n bestellingen van telkens $\frac{360}{n}$ koelkasten $\Rightarrow TK = \frac{1}{2} \cdot \frac{360}{n} \cdot 20 + n \cdot 5 + 360 \cdot 3 = \frac{3600}{n} + 5n + 1080$ (€/jaar).

53b $TK = \frac{3600}{n} + 5n + 1080 = 3\,600n^{-1} + 5n + 1080 \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\,TK}{\mathrm{d}n} = -3\,600n^{-2} + 5.$
$\frac{\mathrm{d}\,TK}{\mathrm{d}n} = 0$ (intersect of) $\Rightarrow -\frac{3600}{n^2} + 5 = 0 \Rightarrow \frac{5}{1} = \frac{3600}{n^2} \Rightarrow 5n^2 = 3\,600 \Rightarrow n^2 = 720$ $(n > 0) \Rightarrow n = \sqrt{720} \approx 26{,}8.$
Dus bij 27 bestellingen per jaar (hoort een minimum volgens vraag) $\Rightarrow$ omvang $\frac{360}{26} \approx 13$ of 14 (per keer).

```
3600/5
               720
√(720)
       26.83281573
360/27
       13.33333333
```

54a n bestellingen van telkens $\frac{5000}{n}$ stuk $\Rightarrow TK = \frac{1}{2} \cdot \frac{5000}{n} \cdot 10 + n \cdot 1000 + 5\,000 \cdot 40 = \frac{25000}{n} + 200\,000 + 1\,000n$ (€/jaar).

54b $TK = \frac{25000}{n} + 200\,000 + 1\,000n = 25\,000n^{-1} + 200\,000 + 1\,000n \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\,TK}{\mathrm{d}n} = -25\,000n^{-2} + 1\,000.$
$\frac{\mathrm{d}\,TK}{\mathrm{d}n} = 0 \Rightarrow -\frac{25000}{n^2} + 1000 = 0 \Rightarrow \frac{1000}{1} = \frac{25000}{n^2} \Rightarrow 1000n^2 = 25\,000 \Rightarrow n^2 = 25$ $(n > 0) \Rightarrow n = \sqrt{25} = 5.$
Dus bij 5 bestellingen per jaar (hoort een minimum volgens vraag) is $TK_{\min} = 210\,000$ (€/jaar).

```
25000/5+200000+1
000*5
            210000
```

55a $q = 5 \Rightarrow p = 2 \cdot 5 - 8 = 10 - 8 = 2 \Rightarrow A = 5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20.$

55b $q = 9 \Rightarrow p = 2 \cdot 9 - 8 = 18 - 8 = 10 \Rightarrow A = 5 \cdot 10^2 = 5 \cdot 100 = 500.$

56a $y = 5u + 1$ en $u = (2x+3)^4 \Rightarrow y = 5 \cdot (2x+3)^4 + 1.$

56b $y = 4 \cdot \sqrt{u}$ en $u = 3x - 1 \Rightarrow y = 4 \cdot \sqrt{3x-1}.$

56c $y = \frac{18}{u}$ en $u = x^2 - 6 \Rightarrow y = \frac{18}{x^2 - 6}.$

56d $y = 3u^4$ en $u = 5 - x \Rightarrow y = 3 \cdot (5-x)^4.$

56e $y = 2 \cdot \sqrt{u} + 3$ en $u = x^3 + 2 \Rightarrow y = 2 \cdot \sqrt{x^3+2} + 3.$

56f $y = 2^u$ en $u = 5x - 3 \Rightarrow y = 2^{5x-3}.$

57a $y = 2u^2$ en $u = 3x - 7.$

57b $y = 5 \cdot \sqrt{u}$ en $u = 3x + 1.$

57c $y = 2{,}5u^{1{,}6}$ en $u = 4x + 7{,}1.$

57d $y = 6u^3 - 8$ en $u = x^2 + 1.$

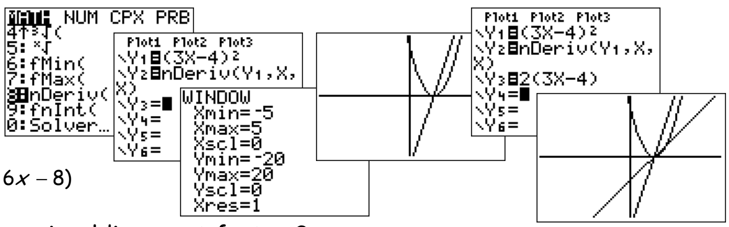
57e $y = \frac{5}{u^2}$ en $u = 3x + 2.$

57f $y = 8 - 3 \cdot \sqrt{u}$ en $u = 5 - x^2.$

58a Zie de eerste vier GR-schermen hiernaast.

58b Nee, er komt een nieuwe grafiek bij.

58c $y = (3x-4)^2 = (3x-4)(3x-4)$
$= 9x^2 - 12x - 12x + 16 = 9x^2 - 24x + 16.$
Nu is $\frac{dy}{dx} = 18x - 24.$ (dus niet $y' = 2(3x-4) = 6x - 8$)



58d $\frac{dy}{dx} = 18x - 24 = 3(6x - 8).$ Dus nog eens vermenigvuldigen met factor 3 (de afgeleide van de ketting).

59a $y = -3(\boxed{2x-5})^6 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -18(\boxed{2x-5})^5 \cdot 2 = -36(2x-5)^5.$

59b $y = (\boxed{x-4x^2})^5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 5(\boxed{x-4x^2})^4 \cdot (1-8x) = 5(x-4x^2)^4 \cdot (1-8x).$

59c $y = \frac{8}{(3x+2)^4} = 8(\boxed{3x+2})^{-4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -32(\boxed{3x+2})^{-5} \cdot 3 = -\frac{96}{(3x+2)^5}.$

59d $y = 2 \cdot \sqrt{\boxed{3-7x}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{3-7x}}} \cdot -7 = -\frac{7}{\sqrt{3-7x}}.$

ONTHOUD: (zie gele vlak blz. 189)
$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

59e $y = \frac{4}{(2-x^2)^3} = 4(\boxed{2-x^2})^{-3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -12(\boxed{2-x^2})^{-4} \cdot -2x = \frac{24x}{(2-x^2)^4}$.

59f $y = \sqrt{\boxed{3+x^2}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{3+x^2}}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{3+x^2}}$.

ONTHOUD: (zie gele vlak blz. 189)
$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

60a $S = \frac{2}{(3-a^2)^5} = 2(\boxed{3-a^2})^{-5} \Rightarrow \frac{dS}{da} = -10(\boxed{3-a^2})^{-6} \cdot -2a = \frac{20a}{(3-a^2)^6}$.

60b $K = \sqrt{\boxed{2q+1}} \Rightarrow \frac{dK}{dq} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{2q+1}}} \cdot 2 = \frac{1}{\sqrt{2q+1}}$.

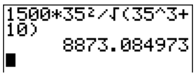
60c $W = 6(\boxed{p^2-2p+5})^{0,7} \Rightarrow \frac{dW}{dp} = 4,2(\boxed{p^2-2p+5})^{-0,3} \cdot (2p-2) = 4,2(p^2-2p+5)^{-0,3} \cdot (2p-2)$.

61a $\frac{d}{dq}\left((\boxed{5q+2})^4 - 3q + 1\right) = 4(\boxed{5q+2})^3 \cdot 5 - 3 = 20(5q+2)^3 - 3$.

61b $\frac{d}{dx}\left(\frac{5}{(x+1)^8} + 4x^2\right) = \frac{d}{dx}\left(5(\boxed{x+1})^{-8} + 4x^2\right) = -40(\boxed{x+1})^{-9} \cdot 1 + 8x = -\frac{40}{(x+1)^9} + 8x$.

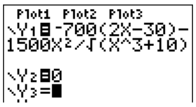
62a $TK = 1000 \cdot \sqrt{\boxed{q^3+10}} \Rightarrow MK = \frac{dTK}{dq} = 1000 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{q^3+10}}} \cdot 3q^2 = \frac{1500q^2}{\sqrt{q^3+10}}$ (€ × 1000/artikel × 1000 = €/artikel).

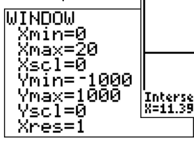
Dus $\left[\frac{dTK}{dq}\right]_{q=35} = \frac{1500 \cdot 35^2}{\sqrt{35^3+10}} \approx 8\,873$ (€/artikel).

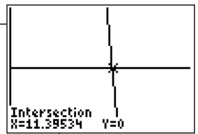


62b $W = R - TK = -700(q^2 - 30q + 70) - 1000 \cdot \sqrt{q^3+10} \Rightarrow MW = \frac{dW}{dq} = -700(2q-30) - \frac{1500q^2}{\sqrt{q^3+10}}$ (€/artikel).

$\frac{dW}{dq} = 0 \Rightarrow -700(2q-30) - \frac{1500q^2}{\sqrt{q^3+10}} = 0$ (intersect) $\Rightarrow q \approx 11,4$.
(deze q hoort volgens de vraagstelling bij het maximum van W)

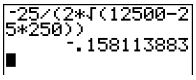






63 $p = \sqrt{\boxed{12500-25q}} \Rightarrow \frac{dp}{dq} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{12500-25q}}} \cdot -25 = -\frac{25}{2 \cdot \sqrt{12500-25q}}$ (€/artikel).

$\left[\frac{dp}{dq}\right]_{q=250} = -\frac{25}{2 \cdot \sqrt{12500 - 25 \cdot 250}} \approx -0,16$ (€/artikel). Dus een afname van 0,16 euro per stuk.



Diagnostische toets

D1a $f(x)=4x^3-3x^2+5 \Rightarrow f'(x)=12x^2-6x.$

D1b $g(x)=0{,}005x^3+1{,}3x^2+6x \Rightarrow g'(x)=0{,}015x^2+2{,}6x+6.$

D1c $h(t)=5(4t+1)^2=5(4t+1)(4t+1)=5(16t^2+4t+4t+1)=5(16t^2+8t+1)=80t^2+40t+5 \Rightarrow h'(t)=160t+40.$

D1d $R(q)=(-0{,}04q+10)\cdot q=-0{,}04q^2+10q \Rightarrow R'(q)=-0{,}08q+10.$

D1e $L(a)=6a^2-3pa \Rightarrow L'(a)=12a-3p.$ (L is een functie van $a \Rightarrow$ differentiëren naar a)

D1f $N(t)=0{,}5t^4-a^2t+a^2 \Rightarrow N'(t)=2t^3-a^2.$ (N is een functie van $t \Rightarrow$ differentiëren naar t)

D2a $f(x)=0{,}5x^3+x^2-2x+1 \Rightarrow f'(x)=1{,}5x^2+2x-2.$ Dus $rc_k=f'(2)=8.$

$$\left.\begin{array}{l} k\colon y=8x+b \\ x_A=2 \Rightarrow y_A=f(2)=5 \end{array}\right\} \Rightarrow 5=8\cdot 2+b \Rightarrow 5=16+b \Rightarrow -11=b. \text{ Dus } k\colon y=8x-11.$$

```
2→X
1.5X²+2X-2               2
                         8
0.5X^3+X²-2X+1
                         5
```

D2b Op de y-as is $x=0 \Rightarrow rc_l=f'(0)=-2.$

$$\left.\begin{array}{l} l\colon y=-2x+b \\ x=0 \Rightarrow y=f(0)=1 \end{array}\right\} \Rightarrow 1=0+b \Rightarrow 1=b. \text{ Dus } l\colon y=-2x+1.$$

```
0→X
                         0
1.5X²+2X-2
                        -2
0.5X^3+X²-2X+1
                         1
```

D3a $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{5x^6}+5x^6\cdot\sqrt{x}\right)=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{x^6}+5x^6\cdot x^{\frac{1}{2}}\right)=\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{5}x^{-6}+5x^{6\frac{1}{2}}\right)=-\frac{6}{5}x^{-7}+32\tfrac{1}{2}x^{5\frac{1}{2}}=-\frac{6}{5x^7}+32\tfrac{1}{2}x^5\cdot\sqrt{x}.$

D3b $\frac{d}{dx}\left((5+x)\cdot\sqrt{x}\right)=\frac{d}{dx}\left(5\cdot\sqrt{x}+x\cdot\sqrt{x}\right)=\frac{d}{dx}\left(5x^{\frac{1}{2}}+x^{1\frac{1}{2}}\right)=\frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}+1\tfrac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}=\frac{5}{2x^{\frac{1}{2}}}+1\tfrac{1}{2}\cdot\sqrt{x}=\frac{5}{2\cdot\sqrt{x}}+1\tfrac{1}{2}\cdot\sqrt{x}.$

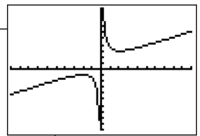
D3c $\frac{d}{dx}\left(\sqrt[6]{x^5}+\frac{5}{x}+\frac{x}{6}\right)=\frac{d}{dx}\left(x^{\frac{5}{6}}+5x^{-1}+\frac{1}{6}x\right)=\frac{5}{6}x^{-\frac{1}{6}}-5x^{-2}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6x^{\frac{1}{6}}}-\frac{5}{x^2}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6\cdot\sqrt[6]{x}}-\frac{5}{x^2}+\frac{1}{6}.$

D4a $y=0{,}5x+\frac{2}{x}+1=0{,}5x+2x^{-1}+1 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=0{,}5-2x^{-2}=0{,}5-\frac{2}{x^2}.$

$\frac{dy}{dx}=0 \Rightarrow 0{,}5-\frac{2}{x^2}=0 \Rightarrow \frac{0{,}5}{1}=\frac{2}{x^2} \Rightarrow 0{,}5x^2=2 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=-2 \vee x=2.$

Maximum (zie plot) $y(-2)=-1-1+1=-1$ en minimum (zie plot) $y(2)=1+1+1=3.$

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=0.5X+2/X+1
\Y2=
ZOOM MEMORY
1:ZBox
2:Zoom In
3:Zoom Out
4:ZDecimal
5:ZSquare
6:ZStandard
7↓ZTrig
```



D4b $rc_k=\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=1}=0{,}5-\frac{2}{1^2}=0{,}5-2=-1{,}5.$

$$\left.\begin{array}{l} k\colon y=-1{,}5x+b \\ x_A=1 \Rightarrow y_A=y(1)=3{,}5 \end{array}\right\} \Rightarrow 3{,}5=-1{,}5\cdot 1+b \Rightarrow 3{,}5=-1{,}5+b \Rightarrow 5=b. \text{ Dus } k\colon y=-1{,}5x+5.$$

D4c De snelheid (waarmee y verandert) voor $x=0{,}5$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=0{,}5}=0{,}5-\frac{2}{0{,}5^2}=0{,}5-\frac{2}{0{,}25}=0{,}5-8=-7{,}5.$

D5a $y=5x^{0{,}6}-2x \Rightarrow \frac{dy}{dx}=3x^{-0{,}4}-2.$ De snelheid (waarmee y verandert) voor $x=6$ is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=6}=3\cdot 6^{-0{,}4}-2\approx -0{,}53.$

```
3*6^-0.4-2
           -.5349219742
```

D5b $\frac{dy}{dx}=0 \Rightarrow 3x^{-0{,}4}-2=0 \Rightarrow 3x^{-0{,}4}=2 \Rightarrow x^{-0{,}4}=\frac{2}{3} \Rightarrow x={}^{-0{,}4}\!\!\sqrt{\tfrac{2}{3}}=2{,}76.$

```
(-0.4)ˣ√(2/3)
            2.755675961
```

D6 $L(\text{ribben})=4\cdot 2x+4\cdot(x+1)+4\cdot h=12x+4+4h=24 \Rightarrow 4h=20-12x \Rightarrow h=5-3x$ ❶.

$I=2x\cdot(x+1)\cdot h$ ❶ $=(2x^2+2x)\cdot(5-3x)=10x^2-6x^3+10x-6x^2=-6x^3+4x^2+10x.$

D7 $I=3x\cdot x\cdot h=3x^2h=3 \Rightarrow h=\frac{1}{x^2}$ ❶. (1 liter = 1 dm³)

$O=3x\cdot x+2\cdot x\cdot h+2\cdot 3x\cdot h=3x^2+8x\cdot h$ ❶ $=3x^2+8x\cdot\frac{1}{x^2}=3x^2+\frac{8}{x}=3x^2+8x^{-1} \Rightarrow \frac{dO}{dx}=6x-8x^{-2}.$

$\frac{dO}{dx}=0 \Rightarrow 6x-8x^{-2}=0 \Rightarrow \frac{6x}{1}=\frac{8}{x^2} \Rightarrow 6x^3=8 \Rightarrow x^3=\frac{8}{6}=\frac{4}{3} \Rightarrow x=\sqrt[3]{\frac{4}{3}}.$ (hier het gezochte minimum)

Dus $x=\sqrt[3]{\frac{4}{3}}$ (dm) en h ❶ $=\frac{1}{\sqrt[3]{\frac{4}{3}}^{\,2}}$ (dm). De afmetingen zijn 1,10 bij 3,30 bij 0,83 dm.

```
3ˣ√(4/3)→X
            1.100642416
3X
            3.301927249
1/X²
            .8254818122
```

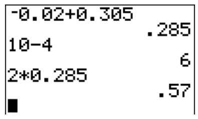
D8 $L(\text{afrastering})=x+y+(x+20)$ (langs de sloot geen hek) $=2x+y+20=280 \Rightarrow y=260-2x$ ❶.

$O=(x+20)\cdot y$ ❶ $=(x+20)\cdot(260-2x)=260x-2x^2+5200-40x=-2x^2+220x+5200.$

$\frac{dO}{dx}=0 \Rightarrow -4x+220=0 \Rightarrow 220=4x \Rightarrow x=55.$ (hoort volgens de vraagstelling bij een maximum)

Dus $x=55$ (m) en y ❶ $=260-2\cdot 55=260-110=150$ (m). De afmetingen van het perceel zijn 75 bij 150 m.

D9a $R = p \cdot q = (-0{,}02q + 10)q = -0{,}02q^2 + 10q \Rightarrow MR = \frac{dR}{dq} = -0{,}04q + 10.$



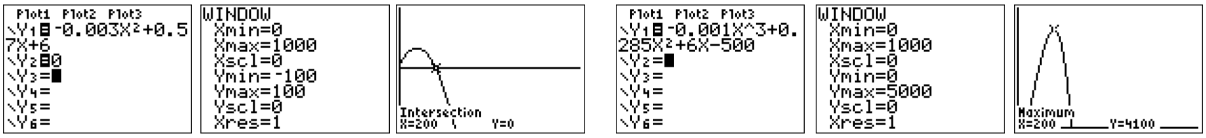
D9b $W = R - K = -0{,}02q^2 + 10q - (0{,}001q^3 - 0{,}305q^2 + 4q + 500) = -0{,}001q^3 + 0{,}285q^2 + 6q - 500.$

$W = -0{,}001q^3 + 0{,}285q^2 + 6q - 500 \Rightarrow MW = \frac{dW}{dq} = -0{,}003q^2 + 0{,}57q + 6.$

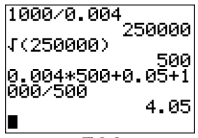
D9c $\frac{dW}{dq} = 0 \Rightarrow -0{,}003q^2 + 0{,}57q + 6 = 0$ (intersect, anders met de *abc*-formule wel moeilijk) $\Rightarrow q = 200.$

(het extreem bij q=200 is volgens de vraagstelling een maximum)

OF: (de optie maximum op de GR op W loslaten) W maximaal voor $q = 200$.



D10 $K = 0{,}004q^2 + 0{,}05q + 1000 \Rightarrow GK = \frac{0{,}004q^2 + 0{,}05q + 1000}{q} = 0{,}004q + 0{,}05 + \frac{1000}{q}$

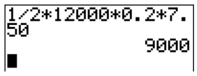


$GK = 0{,}004q + 0{,}05 + \frac{1000}{q} = 0{,}004q + 0{,}05 + 1000q^{-1} \Rightarrow \frac{dGK}{dq} = 0{,}004 - 1000q^{-2}.$

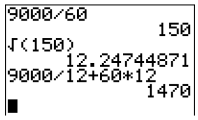
$\frac{dGK}{dq} = 0 \Rightarrow 0{,}004 - \frac{1000}{q^2} = 0 \Rightarrow \frac{0{,}004}{1} = \frac{1000}{q^2} \Rightarrow 0{,}004q^2 = 1000 \Rightarrow q^2 = \frac{1000}{0{,}004} = 250\,000$ ($q > 0$) $\Rightarrow q = 500.$

Dus voor $q = 500$ (hoort volgens de vraagstelling bij een minimum) is $GK_{\text{min}} = 4{,}05$ (€/stuk).

D11a n bestellingen van telkens $\frac{12000}{n}$ kratten $\Rightarrow TK = \frac{1}{2} \cdot \frac{12000}{n} \cdot 0{,}20 \cdot 7{,}50 + n \cdot 60 = \frac{9000}{n} + 60n$ (€/jaar).



D11b $TK = \frac{9000}{n} + 60n = 9000n^{-1} + 60n \Rightarrow \frac{dTK}{dn} = -9000n^{-2} + 60.$



$\frac{dTK}{dn} = 0 \Rightarrow -\frac{9000}{n^2} + 60 = 0 \Rightarrow \frac{60}{1} = \frac{9000}{n^2} \Rightarrow 60n^2 = 9000 \Rightarrow n^2 = 150$ ($n > 0$) $\Rightarrow n = \sqrt{150} \approx 12{,}2.$

Dus bij 12 bestellingen per jaar (hoort een minimum volgens vraag) is $TK_{\text{min}} = \frac{9000}{12} + 60 \cdot 12 = 1470$ (€/jaar).

D12a $\frac{d}{dx}\left(6(\boxed{3x-1})^4\right) = 24(\boxed{3x-1})^3 \cdot 3 = 72(3x-1)^3.$

D12b $\frac{d}{dq}\left((\boxed{2q+1})^6 + q\right) = 6(\boxed{2q+1})^5 \cdot 2 + 1 = 12(\boxed{2q+1})^5 + 1.$

D12c $\frac{d}{da}\left(23 \cdot \sqrt{\boxed{5a^3 + 4a}}\right) = 23 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\boxed{5a^3 + 4a}}} \cdot (15a^2 + 4) = \frac{23 \cdot (15a^2 + 4)}{2 \cdot \sqrt{5a^3 + 4a}}.$

ONTHOUD:
$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}.$

Gemengde opgaven 12. Differentiëren

G30a $f(x) = -0{,}1(x^2 - 9)(3x - 1) = -0{,}1(3x^3 - x^2 - 27x + 9) \Rightarrow f'(x) = -0{,}1(9x^2 - 2x - 27) = -0{,}9x^2 + 0{,}2x + 2{,}7.$

G30b De snelheid is $f'(2) = -0{,}9 \cdot 2^2 + 0{,}2 \cdot 2 + 2{,}7 = -0{,}9 \cdot 4 + 0{,}4 + 2{,}7 = -3{,}6 + 0{,}4 + 2{,}7 = -0{,}5.$

```
-0.9*2²+0.2*2+2.
7
              -.5
```

G30c $rc_k = f'(1) = -1{,}3.$
k: $y = -1{,}3x + b$
$x_A = -2 \Rightarrow y_A = f(-2) = -3{,}5$ $\Big\} \Rightarrow -3{,}5 = -1{,}3 \cdot -2 + b$
$-3{,}5 - 2{,}6 = b$
$-6{,}1 = b.$
l: $y = -1{,}3x - 6{,}1.$

```
-2→X
               -2
-0.1(X²-9)(3X-1)
             -3.5
-0.9X²+0.2X+2.7
             -1.3
```

G30d $rc_k = f'(0) = 2{,}7.$
k: $y = 2{,}7x + b$
$x_B = 0 \Rightarrow y_B = f(0) = -0{,}9$ $\Big\} \Rightarrow -0{,}9 = 2{,}7 \cdot 0 + b$
$-0{,}9 = b.$
k: $y = 7x - 0{,}9.$

```
0→X
                0
-0.1(X²-9)(3X-1)
              -.9
-0.9X²+0.2X+2.7
              2.7
```

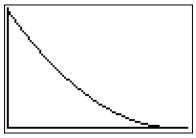
G31a $h = 0 \Rightarrow (7 - 0{,}03t)^2 = 0 \Rightarrow 7 - 0{,}03t = 0 \Rightarrow -0{,}03t = -7 \Rightarrow t = \frac{-7}{-0{,}03} \approx 233$ (sec).

```
-7/-0.03
      233.3333333
```

G31b Maak een schets van de plot van h hiernaast.
De grafiek van $h(t)$ is voor kleine waarden van t steiler dan voor t-waarden in de buurt van 233.
Dus in het begin loopt het water sneller weg.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=(7-0.03X)²
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
\Y7=
```

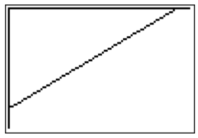
```
WINDOW
 Xmin=0
 Xmax=250
 Xscl=0
 Ymin=0
 Ymax=50
 Yscl=0
 Xres=1
```



G31c $h = (\boxed{7 - 0{,}03t})^2 \Rightarrow \frac{dh}{dt} = 2(\boxed{7 - 0{,}03t}) \cdot -0{,}03 = -0{,}06(7 - 0{,}03t) = -0{,}42 + 0{,}0018t.$ (met als grafiek een rechte lijn)
Maak een schets van de plot van $\frac{dh}{dt}$ hiernaast.
$\frac{dh}{dt} < 0$ voor $0 \le t \le 233 \Rightarrow$ de waterhoogte neemt af.
Omdat $\frac{dh}{dt}$ voor kleine t-waarden kleiner is dan voor t-waarden in de buurt van 233, is de snelheid waarmee het water weglooopt in het begin groter dan aan het eind.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=-0.06(7-0.03
X)
\Y2=
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
```

```
WINDOW
 Xmin=0
 Xmax=250
 Xscl=0
 Ymin=-0.5
 Ymax=0
 Yscl=0
 Xres=1
```



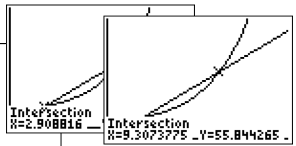
G32a $q = 5 \Rightarrow TK = 23{,}5$ en $TO = 6 \cdot 5 = 30.$
De winst is $30\,000 - 23\,500 = 6\,500$ (€).

```
5→X
                5
0.1X^3-X²+6X+6
             23.5
```

G32b $TK = TO$ (intersect) $\Rightarrow q \approx 2{,}909 \vee q \approx 9{,}307.$
dus bij een productie van 2 909 en 9 307 teddyberen.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=0.1X^3-X²+6X
+6
\Y2=6X
\Y3=
```

```
WINDOW
 Xmin=0
 Xmax=15
 Xscl=0
 Ymin=0
 Ymax=100
 Yscl=0
 Xres=1
```

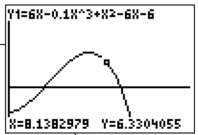


G32c $W = TO - TK = 6q - 0{,}1q^3 + q^2 - 6q - 6 = -0{,}1q^3 + q^2 - 6 \Rightarrow \frac{dW}{dq} = -0{,}3q^2 + 2q.$
$\frac{dW}{dq} = 0 \Rightarrow -0{,}3q^2 + 2q = 0 \Rightarrow q(-0{,}3q + 2) = 0 \Rightarrow q = 0 \vee q = \frac{2}{0{,}3} = \frac{20}{3} \approx 6{,}667.$
Maximum (zie vraag of plot) bij een productie van 6 667 teddyberen.

```
2/0.3
      6.666666667
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=6X-0.1X^3+X²
-6X-6
\Y2=
```

```
WINDOW
 Xmin=0
 Xmax=15
 Xscl=0
 Ymin=-10
 Ymax=20
 Yscl=0
 Xres=1
```



G33a $y = 6 + \frac{24}{x} - \frac{72}{x^2} = 6 + 24x^{-1} - 72x^{-2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -24x^{-2} + 144x^{-3} = -\frac{24}{x^2} + \frac{144}{x^3}.$
$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow -\frac{24}{x^2} + \frac{144}{x^3} = 0 \Rightarrow \frac{144}{x^3} = \frac{24}{x^2} \Rightarrow 144x^2 = 24x^3$ $(x \neq 0) \Rightarrow 144 = 24x \Rightarrow x_A = \frac{144}{24} = 6 \Rightarrow y_A = 6 + \frac{24}{6} - \frac{72}{6^2} = 8.$

G33b $\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = \frac{d}{dx}\left(-24x^{-2} + 144x^{-3}\right) = 48x^{-3} - 432x^{-4} = \frac{48}{x^3} - \frac{432}{x^4}.$

```
-3*144
             -432
```

$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0 \Rightarrow \frac{48}{x^3} - \frac{432}{x^4} = 0 \Rightarrow \frac{48}{x^3} = \frac{432}{x^4} \Rightarrow 48x^4 = 432x^3$ $(x \neq 0) \Rightarrow 48x = 432 \Rightarrow x = \frac{432}{48} = 9.$

```
432/48
                9
```

G33c De snelheid $\frac{dy}{dx}$ minimaal $\Rightarrow \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) = 0 \Rightarrow x = 9 = x_B.$ De minimale snelheid is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=9} = -\frac{24}{9^2} + \frac{144}{9^3} \approx -0{,}099.$

```
-24/9²+144/9^3
     -.0987654321
```

G33d $x_B = 9 \Rightarrow y_B = 6 + \frac{24}{9} - \frac{72}{9^9} = \frac{70}{9}.$ Er geldt dan: $7\frac{7}{9} < a < 8.$

```
6+24/9-72/9²▸Fra
c
             70/9
```

(A komt op de x-as bij een verschuiving van 8 omlaag en B komt op de x-as bij een verschuiving van $\frac{70}{9} = 7\frac{7}{9}$ omlaag)

G34a De gemiddelde kosten GK zijn dan minimaal.

G34b $t = 4 \Rightarrow n = 0{,}1 \cdot 4^{1{,}5} = 0{,}8$ en $K = 20 \cdot 4 = 80.$
Dus de te verwachten reparatiekosten zijn $n \cdot K = 0{,}8 \cdot 80 = 64$ (€).

```
0.1*4^1.5
               .8
20*4
               80
0.8*80
               64
```

G34c $t = 6 \Rightarrow n = 0{,}1 \cdot 6^{1{,}5}$ en $K = 20 \cdot 6 = 120.$ Dus $n \cdot K = 0{,}1 \cdot 6^{1{,}5} \cdot 120 \approx 176$ (€).

```
0.1*6^1.5
      1.469693846
20*6
              120
Ans*0.1*6^1.5
      176.3632615
```

G34d $TK = 729 + 0{,}1 \cdot t^{1{,}5} \cdot 20 \cdot t = 729 + 2t^{2{,}5}$ (€) $\Rightarrow GK = \frac{729 + 2t^{2{,}5}}{t} = \frac{729}{t} + \frac{2t^{2{,}5}}{t} = \frac{729}{t} + 2t^{1{,}5}$ (€/jaar).

G34e $GK = \frac{729}{t} + 2t^{1{,}5} = 729t^{-1} + 2t^{1{,}5} \Rightarrow \frac{dGK}{dt} = -729t^{-2} + 3t^{0{,}5} = -\frac{729}{t^2} + 3 \cdot \sqrt{t}.$

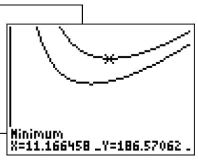
```
-729/9²+3*√(9)
                0
```

$\left[\frac{dGK}{dt}\right]_{t=9} = -\frac{729}{9^2} + 3 \cdot \sqrt{9} = 0 \Rightarrow$ extreem voor GK (dit is een minimum, zie een plot) bij $t = 9.$

G34f $GK = \frac{1250}{t} + 2t^{1{,}5}$ (optie minimum) $\Rightarrow t \approx 11{,}2.$ Dus na (afgerond) 11 jaar.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=729/X+2X^1.5
\Y2=1250/X+2X^1.
5
\Y3=
```

```
WINDOW
 Xmin=0
 Xmax=20
 Xscl=0
 Ymin=0
 Ymax=250
 Yscl=0
 Xres=1
```



G35a $V=\frac{4}{x}+0{,}000625x=4x^{-1}+0{,}000625x$ (ltr/km) $\Rightarrow \frac{dV}{dx}=-4x^{-2}+0{,}000625=-\frac{4}{x^2}+0{,}000625$ (ltr/u).
$V'=0\Rightarrow -\frac{4}{x^2}+0{,}000625=0\Rightarrow \frac{0{,}000625}{1}=\frac{4}{x^2}\Rightarrow 0{,}000625x^2=4\Rightarrow x^2=\frac{4}{0{,}000625}$ $(x>0)\Rightarrow x=80$.
Dus bij een snelheid van 80 km/u (hoort volgens de vraagstelling bij een minimum) is het verbruik V minimaal.

```
4/0.000625
            6400
√(6400)
              80
```

G35b $x=80\Rightarrow V=\frac{4}{80}+0{,}000625\cdot 80=0{,}1$ (ltr/km). Dus het verbruik over 400 km is $400\cdot 0{,}1=40$ (ltr).
De minimale benzinekosten van deze rit zijn dus $40\cdot 1{,}50=60$ euro.

```
4/80+0.000625*80
              .1
Ans*400
              40
40*1.5
              60
```

G35c Bij een snelheid van x (km/u) duurt een rit van 400 km $\frac{400}{x}$ uur.
Voor een rit van 400 km zijn $(\frac{4}{x}+0{,}000625x)\cdot 400=\frac{1600}{x}+0{,}25x$ liter benzine nodig.
Dus $L=$ benzine kosten $+$ loonkosten
$=(\frac{1600}{x}+0{,}25x)\cdot 1{,}50+150+\frac{400}{x}\cdot 5=\frac{2400}{x}+0{,}375x+150+\frac{2000}{x}=0{,}375x+150+\frac{4400}{x}$ (€).

```
0.000625*400
             .25
Ans*1.5
            .375
```

G35d $L=0{,}375x+150+\frac{4400}{x}=0{,}375x+150+4\,400x^{-1}\Rightarrow \frac{dL}{dx}=0{,}375-4\,400x^{-2}=0{,}375-\frac{4400}{x^2}$.
$\frac{dL}{dx}=0\Rightarrow 0{,}375-\frac{4400}{x^2}=0\Rightarrow \frac{0{,}375}{1}=\frac{4400}{x^2}\Rightarrow 0{,}375x^2=4\,400\Rightarrow x^2=\frac{4400}{0{,}375}$ $(x>0)\Rightarrow x\approx 108$.
Dus bij een snelheid van (ongeveer) 108 km/u (hoort volgens de vraag bij een minimum) is $L_{min}\approx 231$ (€).

```
4400/0.375
     11733.33333
√(Ans)
     108.3205121
0.375Ans+150+440
0/Ans
      231.240384
```

G36a n keer produceren van telkens $\frac{600}{n}$ stuk $\Rightarrow$ gemiddeld op voorraad $\frac{1}{2}\cdot\frac{600}{n}=\frac{300}{n}$ stuk.
$TK=\frac{1}{2}\cdot\frac{600}{n}\cdot 80+n\cdot 750+600\cdot 225=\frac{24000}{n}+135\,000+750n$ (€/jaar).

```
600*225
          135000
```

G36b $TK=\frac{24000}{n}+750n+135\,000=24\,000n^{-1}+750n+135\,000\Rightarrow \frac{dTK}{dn}=-24\,000n^{-2}+750$.
$\frac{dTK}{dn}=0\Rightarrow -\frac{24000}{n^2}+750=0\Rightarrow \frac{750}{1}=\frac{24000}{n^2}\Rightarrow 750n^2=24\,000\Rightarrow n^2=\frac{24000}{750}$ $(n>0)\Rightarrow n\approx 6$.
Dus bij $n=6$ (hoort een minimum volgens vraag) is $TK_{min}=143\,500$ (€/jaar).

```
24000/750
              32
√(32
     5.656854249
750*6+135000+240
00/6
          143500
```

G37a $L=x+(x-4)+AB=2x-4+AB=40$ (m) $\Rightarrow AB=44-2x$ (m) ❶.

G37b $O=x\cdot AB$ ❶ $=x\cdot(44-2x)=44x-2x^2$ (m²).

G37c $\frac{dO}{dx}=0\Rightarrow 44-4x=0\Rightarrow 44=4x\Rightarrow x=\frac{44}{4}=11$. (hoort bij het gezochte maximum)
$O_{max}=44\cdot 11-2\cdot 11^2=242$ (m²).

```
44*11-2*11²
             242
```

G38a $I=x\cdot 2x\cdot h=2x^2h=12$ (m³) $\Rightarrow h=\frac{12}{2x^2}=\frac{6}{x^2}$ (m) ❶.
$K=2\cdot x\cdot h\cdot 80+2x\cdot h\cdot 80+x\cdot 2x\cdot 120=320xh+240x^2$ ❶ $=320x\cdot\frac{6}{x^2}+240x^2=240x^2+\frac{1920}{x}$ (€).

```
2*80+2*80
             320
Ans*6
            1920
Ans/480
               4
```

G38b $K=240x^2+\frac{1920}{x}=240x^2+1920x^{-1}\Rightarrow \frac{dK}{dx}=480x-1920x^{-2}=480x-\frac{1920}{x^2}$.
$\frac{dK}{dx}=0\Rightarrow 480x-\frac{1920}{x^2}=0\Rightarrow \frac{480x}{1}=\frac{1920}{x^2}\Rightarrow 480x^3=1920\Rightarrow x^3=\frac{1920}{480}=4\Rightarrow x=\sqrt[3]{4}$.
De afmetingen (met de gezochte minimale kosten) zijn $\sqrt[3]{4}\approx 1{,}59$ bij $2\cdot\sqrt[3]{4}\approx 3{,}17$ bij $\frac{6}{(\sqrt[3]{4})^2}\approx 2{,}38$ meter.

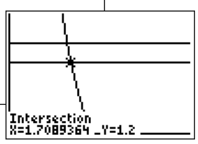
```
3*√4→X
     1.587401052
2X
     3.174802104
6/X²
     2.381101578
```

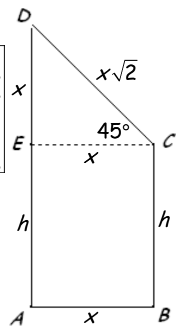
G38c $O_{ABCD}=x\cdot h+\frac{1}{2}x\cdot x=xh+\frac{1}{2}x^2$ (m²).
$I_{prisma}=(xh+\frac{1}{2}x^2)\cdot 2x=2x^2h+x^3$ (m³).

G38d $I_{prisma}=2x^2h+x^3=12\Rightarrow 2x^2h=12-x^3\Rightarrow h=\frac{12-x^3}{2x^2}$ ❶.
$CD=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2x^2}=x\cdot\sqrt{2}$ (m).
$K=2\cdot(xh+\frac{1}{2}x^2)\cdot 80+2x\cdot h\cdot 80+2x\cdot x\cdot\sqrt{2}\cdot 120=160xh+80x^2+160xh+240\cdot\sqrt{2}\cdot x^2$
$=320xh+80x^2+240\cdot\sqrt{2}\cdot x^2$ ❶ $=320x\cdot\frac{12-x^3}{2x^2}+80x^2+240\cdot\sqrt{2}\cdot x^2$ (€).

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=(12-X^3)/(2X
2)
\Y2=1.2
\Y3=1.5
\Y4=320X*Y1+80X²
+240√(2)X²
\Y5=
```

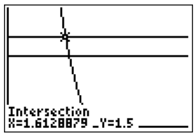
```
WINDOW
 Xmin=0
 Xmax=5
 Xscl=0
 Ymin=0
 Ymax=2
 Yscl=0
 Xres=1
```





$h=\frac{12-x^3}{2x^2}=1{,}20$ (intersect) $\Rightarrow x\approx 1{,}71\Rightarrow K\approx 1881$ (€) en
$h=\frac{12-x^3}{2x^2}=1{,}50$ (intersect) $\Rightarrow x\approx 1{,}61\Rightarrow K\approx 1865$ (€).
Dus de kosten bij $h=1{,}50$ (m) zijn minder dan bij $h=1{,}20$ (m).

```
X
     1.708936443
Y4(X)
     1881.106967
```




```
X
     1.612887865
Y4(X)
      1865.24566
```

G39a $a=6\Rightarrow R=-12\cdot 6^2+312\cdot 6-528=912$ (kg/100 m²). Dus 9,12 kg/m².
9,12 kg met 6 planten $\Rightarrow$ opbrengst per plant is $\frac{9{,}12}{6}=1{,}52$ kg.

```
-12*6²+312*6-528
             912
Ans/100
            9.12
Ans/6
            1.52
```

G39b $a=8\Rightarrow R=-12\cdot 8^2+312\cdot 8-528=1200$ (kg/100 m²). Dus 12 kg/m².
12 kg met 8 planten $\Rightarrow$ opbrengst per plant is $\frac{12}{8}=1{,}5$ kg.

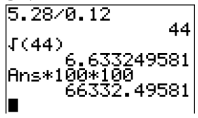
```
-12*8²+312*8-528
            1200
Ans/100
              12
Ans/8
             1.5
```

G39c Zie de vraag 39a en 39b. $GR = \frac{R}{100a} = \frac{-12a^2 + 312a - 528}{100a} = -\frac{12a^2}{100a} + \frac{312a}{100a} - \frac{528}{100a} = -0{,}12a + 3{,}12 - \frac{5{,}28}{a}$ (kg/plant).

G39d $GR = -0{,}12a + 3{,}12 - \frac{5{,}28}{a} = -0{,}12a + 3{,}12 - 5{,}28a^{-1}$ (kg/plant) $\Rightarrow \frac{dGR}{da} = -0{,}12 + 5{,}28a^{-2}$ (kg/m^2).

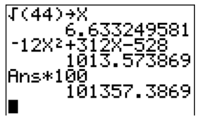
$\frac{dGR}{da} = 0 \Rightarrow -0{,}12 + \frac{5{,}28}{a^2} = 0 \Rightarrow \frac{5{,}28}{a^2} = \frac{0{,}12}{1} \Rightarrow 0{,}12a^2 = 5{,}28 \Rightarrow a^2 = \frac{5{,}28}{0{,}12}$ $(a > 0) \Rightarrow a \approx 6{,}63$ (planten/m^2).

(bij deze 6,6332 planten per m^2, dus 66332 planten per ha hoort het gezochte maximum)



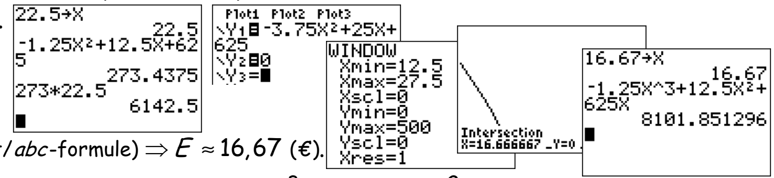
G39e De maximale opbrengst is $GR_{max} = -0{,}12 \cdot \sqrt{44} + 3{,}12 - \frac{5{,}28}{\sqrt{44}} \approx 1013{,}57$ (kg/100 m^2).

1 hectare is $100 \times 100 = 10\,000$ m^2 $\Rightarrow$ maximale opbrengst per ha is 101 357 kg (dit is ongeveer 101 ton).

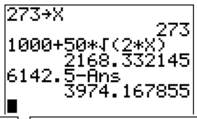


G40a $E = 22{,}5 \Rightarrow T = -1{,}25 \cdot 22{,}5^2 + 12{,}5 \cdot 22{,}5 + 625 \approx 273$ (toeschouwers).
De opbrengst is dan $273 \cdot 22{,}5 = 6142{,}50$ (€).

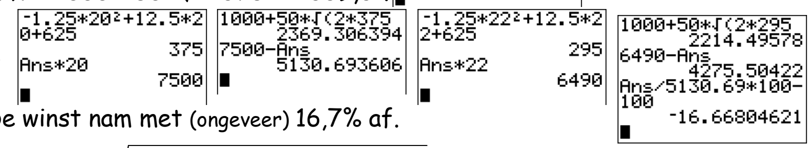
G40b $R = T \cdot E = -1{,}25E^3 + 12{,}5E^2 + 625E$ (€) $\Rightarrow$
$\frac{dR}{dE} = -3{,}75E^2 + 25E + 625$ (€/€).
$\frac{dR}{dE} = 0 \Rightarrow -3{,}75E^2 + 25E + 625 = 0$ (intersect/*abc*-formule) $\Rightarrow E \approx 16{,}67$ (€).
$E = 16{,}67$ geeft (volgens de vraagstelling het maximum) $R_{max} = -1{,}25 \cdot 16{,}67^3 + 12{,}5 \cdot 16{,}67^2 + 625 \cdot 16{,}67 \approx 8102$ (€).



G40c $E = 22{,}5 \Rightarrow T \approx 273$ (zie G40a) $\Rightarrow K = 1000 + 50 \cdot \sqrt{2 \cdot 273} \approx 2168{,}33$.
$W = R - K = 6142{,}50$ (zie G40a) $- 2168{,}33 \approx 3974$ (€).



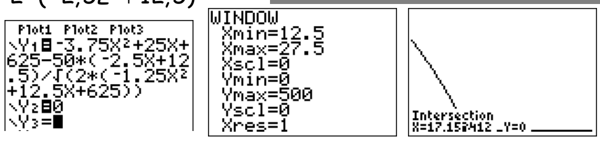
G40d $E = 20 \Rightarrow T = 375;\ O = 375 \cdot 20 = 7500$ en $K = 1000 + 50 \cdot \sqrt{2 \cdot 375} \approx 2369{,}31$.
$W = R - K = 7500 - 2369{,}31 \approx 5131$ (€).
$E = 22 \Rightarrow T = 295;\ O = 295 \cdot 22 = 6490$ en
$K = 1000 + 50 \cdot \sqrt{2 \cdot 295} \approx 2168{,}33$.
$W = R - K = 6490 - 2168{,}33 \approx 4276$ (€). De winst nam met (ongeveer) 16,7% af.



G40e $W = R - K = -1{,}25E^3 + 12{,}5E^2 + 625E - (1000 + 50 \cdot \sqrt{2 \cdot (-1{,}25E^2 + 12{,}5E + 625)})$
$= -1{,}25E^3 + 12{,}5E^2 + 625E - 50 \cdot \sqrt{2 \cdot (-1{,}25E^2 + 12{,}5E + 625)} - 1000$ (€).

ONTHOUD: (zie gele vlak blz. 189)
$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

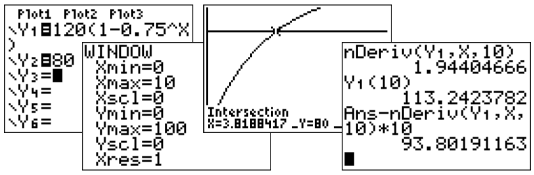
$\frac{dW}{dE} = -3{,}75E^2 + 25E + 625 - 50 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2 \cdot (-1{,}25E^2 + 12{,}5E + 625)}} \cdot 2 \cdot (-2{,}5E + 12{,}5)$
$= -3{,}75E^2 + 25E + 625 - \frac{50 \cdot (-2{,}5E + 12{,}5)}{\sqrt{2 \cdot (-1{,}25E^2 + 12{,}5E + 625)}}$ (€/€).
$\frac{dW}{dE} = 0$ (intersect) $\Rightarrow E \approx 17{,}15$ (€) geeft (de gezochte) W_{max}.



G41a $N = 80 \Rightarrow 80 = 120(1 - 0.75^t)$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 3{,}8$ (weken).

G41b De optie dy/dx geeft $\left[\frac{dN}{dt}\right]_{t=10} \approx 1{,}944...$

$$\left.\begin{array}{l} N \approx 1{,}944t + b \\ t = 10 \Rightarrow N \approx 113{,}24 \end{array}\right\} \Rightarrow 113{,}24 \approx 1{,}944 \cdot 10 + b$$
$$93{,}80 \approx b$$
$$N \approx 1{,}944t + 93{,}8.$$



Nu nog oplossen: $1{,}944t + 93{,}8 = 120 \Rightarrow 1{,}944t = 26{,}2 \Rightarrow t = \frac{26{,}2}{1{,}944} \approx 13{,}5$.